

# СБОРНИКЪ АЛГЕБРАИЧЕСКИХЪ

## ЗАДАЧЪ.

---

ЧАСТЬ ВТОРАЯ.

ДЛЯ КЛАССОВЪ 5-го, 6-го, 7-го и 8-го ГИМНАЗИЙ

и

соотвѣтствующихъ классовъ другихъ учебныхъ заведеній.

---

СОСТАВИЛИ

Н. А. Шапошниковъ и Н. К. Вальцовъ.

---

Шестнадцатое изданіе,  
перепечатанное безъ измѣненій.

ИЗДАНІЕ КНИЖНАГО МАГАЗИНА  
В. В. ДУМНОВА,  
подъ фирмою  
„Наслѣдники БРАТЬЕВЪ САЛАЕВЫХЪ“.

Цѣна 70 коп.



МОСКВА.

Типографія Императорскаго Московскаго Университета.

1910.

# ОГЛАВЛЕНИЕ.

Стран

## ОТДѢЛЕНІЕ VII. Возведеніе въ степень. Извлеченіе корня.

§ 1. Возведеніе одночленовъ въ степень. <i>Задачи 1—80</i> .....	1—4
§ 2. Возведеніе многочленовъ въ степень. <i>Задачи 81—110</i> .....	4—5
§ 3. Извлеченіе корня изъ одночленовъ. <i>Задачи 111—150</i> .....	6—8
§ 4. Извлеченіе корня изъ многочленовъ. <i>Задачи 151—180</i> .....	8—10
§ 5. Извлеченіе квадратнаго корня изъ чиселъ. <i>Задачи 181—230</i> ...	11—12
§ 6. Приближенное извлеченіе квадратныхъ корней. <i>Задачи 231—260</i> ..	12—14
§ 7. Извлеченіе кубическаго корня изъ чиселъ. <i>Задачи 261—290</i> ...	14—15
§ 8. Приближенное извлеченіе кубическихъ корней. <i>Задачи 291—300</i> ..	15—16

## ОТДѢЛЕНІЕ VIII. Ирраціональныя выраженія.

§ 1. Выводъ изъ-подъ радикала и введеніе подъ радикаль. <i>Задачи 1—50</i> .....	17—18
§ 2. Сокращеніе показателей и приведеніе къ общему показателю. <i>Задачи 51—70</i> .....	19—20
§ 3. Приведеніе корней къ нормальному виду. <i>Задачи 71—80</i> .....	20—21
§ 4. Подобіе корней. <i>Задачи 81—100</i> .....	21—22
§ 5. Сложеніе и вычитаніе корней. <i>Задачи 101—120</i> .....	22—24
§ 6. Умноженіе и дѣленіе корней. <i>Задачи 121—200</i> .....	24—28
§ 7. Возведеніе корней въ степень и извлеченіе изъ нихъ корня. <i>Задачи 201—240</i> .....	29—30
§ 8. Уничтоженіе ирраціональности въ знаменателѣ. <i>Задачи 241—260</i> ..	31—31
§ 9. Извлеченіе корня изъ ирраціональныхъ двучленовъ и многочленовъ. <i>Задачи 261—280</i> .....	32—33
§ 10. Смѣшанныя преобразованія. <i>Задачи 281—320</i> .....	33—35
§ 11. Степени и корни съ дробными показателями. <i>Задачи 321—360</i> ..	36—38
§ 12. Мнимыя количества. <i>Задачи 361—420</i> .....	39—42

## ОТДѢЛЕНІЕ IX. Уравненія второй степени.

§ 1. Рѣшеніе числовыхъ ур-ій второй степени. <i>Задачи 1—60</i> .....	43—49
§ 2. Рѣшеніе буквенныхъ ур-ій второй степени. <i>Задачи 61—100</i> ....	49—51
§ 3. Простѣйшія примѣненія теоріи квадратнаго уравненія. <i>Задачи 101—170</i> .....	51—55
§ 4. Составленіе квадратныхъ уравненій. <i>Задачи 171—200</i> .....	55—61
§ 5. Возведеніе уравненій въ степень и извлеченіе изъ нихъ корня. <i>Задачи 201—240</i> .....	61—63
§ 6. Рѣшеніе ирраціональныхъ уравненій. <i>Задачи 241—270</i> .....	63—65

## ОТДѢЛЕНИЕ X. Уравненія высшихъ степеней

- |   |        |
|---|--------|
| § 1. Уравненія съ однимъ неизвѣстнымъ. <i>Задачи 1—40</i> .....       | (6) 71 |
| § 2. Уравненія съ нѣсколькими неизвѣстными. <i>Задачи 41—70</i> ..... | 101    |

## ОТДѢЛЕНИЕ XI. Неопредѣленный анализъ. Исслѣдованіе функций

- |   |         |
|---|---------|
| § 1. Неравенства. <i>Задачи 1—70</i> .....  | 9       |
| § 2. Исслѣдованіе уравненій первой степени съ однимъ неизвѣстнымъ. <i>Задачи 71—120</i> ..... | 101     |
| § 3. Исслѣдованіе уравненій первой степени съ двумя неизвѣстными. <i>Задачи 121—130</i> ..... | 101 101 |
| § 4. Исслѣдованіе уравненій второй степени. <i>Задачи 131—140</i> .....                       | 101 101 |
| § 5. Рѣшеніе неопредѣленныхъ уравненій первой степени. <i>Задачи 141—220</i> .....            | 106 117 |

## ОТДѢЛЕНИЕ XII. Прогрессіи.

- |   |         |
|---|---------|
| § 1. Разностныя прогрессіи. <i>Задачи 1—50</i> .....                            | 116 122 |
| § 2. Кратныя прогрессіи. <i>Задачи 51—100</i> .....                             | 122 122 |
| § 3. Простѣйшіе ряды, приводящіеся къ прогрессіямъ. <i>Задачи 101—110</i> ..... | 129—130 |

## ОТДѢЛЕНИЕ XIII. Логарифмы и ихъ примѣненіе.

- |   |         |
|---|---------|
| § 1. Общія свойства логарифмовъ. <i>Задачи 1—100</i> .....      | 131—132 |
| § 2. Десятичные логарифмы. <i>Задачи 101—200</i> .....          | 138—142 |
| § 3. Счисленіе сложныхъ процентовъ. <i>Задачи 201—230</i> ..... | 148—152 |

## ОТДѢЛЕНИЕ XIV. Дополнительные статьи.

- |   |         |
|---|---------|
| § 1. Общий наибольшій дѣлитель и общее наименьшее кратное. <i>Задачи 1—20</i> ..... | 154—157 |
| § 2. Соединенія. <i>Задачи 21—50</i> .....  | 155—158 |
| § 3. Биномъ Ньютона. <i>Задачи 51—70</i> .....                                      | 159—160 |
| § 4. Непрерывныя дроби. <i>Задачи 71—130</i> .....                                  | 160 162 |
| § 5. Отысканіе наименьшихъ и наибольшихъ значеній. <i>Задачи 131—140</i> .....      | 162—162 |
| § 6. Способъ неопредѣленныхъ множителей. <i>Задачи 141—150</i> .....                | 163—163 |
| § 7. Общія свойства системы счисленія. <i>Задачи 151—160</i> .....                  | 165—166 |

## ОБЩІЙ ОТДѢЛЪ.

- |                          |         |
|--------------------------|---------|
| <i>Задачи 1—60</i> ..... | 167—176 |
| Отвѣты.....              | 177—191 |

## ОТДѢЛЕНІЕ VII.

### ВОЗВЕДЕНІЕ ВЪ СТЕПЕНЬ. ИЗВЛЧЕНІЕ КОРНЯ.

#### § 1. Возведеніе одночленовъ въ степень.

Въ формулѣ  $a^n = b$  количество  $a$  называется основаніемъ степени.  $n$ —показателемъ степени, а  $b$  или равное ему  $a^n$ — $n$ -ой степенью отъ  $a$ . Составленіе  $b$  по даннымъ  $a$  и  $n$  называется возведеніемъ въ степень.

Если показатель  $n$  есть цѣлое положительное количество, то самая степень условно называется цѣлой положительной. Возвести въ цѣлую положительную степень значитъ повторить основаніе множителемъ столько разъ, сколько есть единицъ въ показателѣ.

Такимъ образомъ  $a^3 = a \cdot a \cdot a$ , вообще  $a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a$  ( $n$  разъ).

**Правило знаковъ.** Четная степень всякаго количества, положительнаго или отрицательнаго, всегда положительна; такъ  $(\pm a)^{2n} = +a^{2n}$ . Нечетная степень всякаго количества, положительнаго или отрицательнаго, имѣетъ тотъ же знакъ, какъ основаніе; такъ  $(+a)^{2n+1} = +a^{2n+1}$ ,  $(-a)^{2n+1} = -a^{2n+1}$ .

**Теорема 1.** Степень произведенія равна произведенію степеней каждаго изъ сомножителей; такъ  $(ab)^n = a^n b^n$ .

**Теорема 2.** Степень дроби равна степени числителя, разделенной на степень знаменателя; такъ  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ .

**Теорема 3.** Степень отъ степени получается черезъ перемноженіе показателей; такъ  $(a^m)^n = a^{mn}$ .

**Общее правило.** Чтобы возвести одночленъ въ степень, нужно поставить знакъ по правилу знаковъ, возвести въ требуемую степень каждаго множителя и дѣлителя и расположить результаты множителями или дѣлителями соотвѣтственно тому, какъ располагались множители и дѣлители даннаго одночлена.

При этомъ явно выраженныя числа возводятся непосредственно къ буквеннымъ выраженіямъ примѣняется третья теорема.

Напр., имѣемъ  $\left(\frac{2a^2b^m}{3a^nd^3}\right)^3 = \frac{8a^6b^{3m}}{27a^{3n}d^9}$ .

Если показатель есть цѣлое отрицательное количество, то самая степень условно называется цѣлой отрицательной. Всякая степень съ отрицательнымъ показателемъ равняется единицѣ раздѣленной на соответствующую положительную степень того же основанія. Такимъ образомъ  $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ , вообще  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .

Къ отрицательнымъ степенямъ примѣняются безъ измѣненія правило знаковъ, всѣ три теоремы и общее правило возведенія въ степень одночленовъ. Такъ  $(\pm a)^{2n} = +a^{2n}$ ,  $(\pm a)^{2n-1} = \pm a^{2n-1}$   
 $(ab)^{-n} = a^{-n}b^{-n}$ ,  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{a^{-n}}{b^{-n}} = a^{-n}b^n$ ,  $(a^{-m})^n = a^{-mn}$ ,  $(a^m)^{-n} = a^{-mn}$ ,  $(a^{-m})^{-n} = a^{mn}$

- |                                     |                                     |                                    |                                    |
|-------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| 1. $(\pm 2)^4$                      | 1. $(\pm 4)^2$                      | 2. $(\pm 5)^3$                     | 2. $(\pm 3)^5$                     |
| 3. $(\pm 10)^3$                     | 3. $(\pm 10)^4$                     | 4. $(\pm 100)^4$                   | 4. $(\pm 100)^3$                   |
| 5. $2^{-3}$                         | 5. $3^{-2}$                         | 6. $5^{-1}$                        | 6. $4^{-3}$                        |
| 7. $(-3)^2$                         | 7. $(-2)^{-3}$                      | 8. $(-1)^{-5}$                     | 8. $(-5)^1$                        |
| 9. $(-4)^3$                         | 9. $(-3)^{-4}$                      | 10. $(-6)^{-1}$                    | 10. $(-1)^{-6}$                    |
| 11. $(-1)^{2n}$                     | 11. $(-1)^{2n+1}$                   | 12. $(-1)^{3n}$                    | 12. $(-1)^{3n+2}$                  |
| 13. $(2.3)^3$                       | 13. $(4.5)^2$                       | 14. $(5.7.3)^3$                    | 14. $(10.4.3)^3$                   |
| 15. $(ab)^4$                        | 15. $(ac)^5$                        | 16. $(ab)^3$                       | 16. $(-cd)^6$                      |
| 17. $(xyz)^7$                       | 17. $(xzt)^{10}$                    | 18. $(abc)^m$                      | 18. $(bdf)^n$                      |
| 19. $\left(\frac{a}{b}\right)^3$    | 19. $\left(\frac{b}{a}\right)^4$    | 20. $\left(\frac{n}{m}\right)^a$   | 20. $\left(\frac{m}{n}\right)$     |
| 21. $\left(-\frac{5}{7}\right)^2$   | 21. $\left(-\frac{4}{3}\right)^3$   | 22. $\left(-1\frac{2}{3}\right)^3$ | 22. $\left(-1\frac{1}{4}\right)^4$ |
| 23. $(-0,2)^5$                      | 23. $(-0,5)^2$                      | 24. $(-0,01)^4$                    | 24. $(-0,001)^3$                   |
| 25. $\left(\frac{2}{3}\right)^4$    | 25. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$ | 26. $\left(\frac{3}{4}\right)^5$   | 26. $\left(\frac{3}{5}\right)^4$   |
| 27. $(0,3)^{-3}$                    | 27. $(0,2)^{-6}$                    | 28. $(0,02)^4$                     | 28. $(0,05)^3$                     |
| 29. $\left(\frac{1}{a}\right)^{-3}$ | 29. $\left(\frac{1}{a}\right)^4$    | 30. $\left(\frac{c}{d}\right)^6$   | 30. $\left(\frac{d}{c}\right)^5$   |
| 31. $(a^3)^2$                       | 31. $(a^2)^3$                       | 32. $(a^5)^4$                      | 32. $(a^4)^5$                      |
| 33. $(-a^2)^3$                      | 33. $(-a^3)^2$                      | 34. $(-a^4)^6$                     | 34. $(-a^6)^3$                     |
| 35. $(-a)^{2n}$                     | 35. $(-a)^{2n-1}$                   | 36. $(-a^5)^{2n-1}$                | 36. $(-a^5)^{2n}$                  |
| 37. $(-a^3)^{-3}$                   | 37. $(-a^3)^{-2}$                   | 38. $(-a^7)^4$                     | 38. $(-a^4)^7$                     |
| 39. $(-a^m)^6$                      | 39. $(-a^m)^5$                      | 40. $(-a^3)^{2n+1}$                | 40. $(-a^4)^{2n+2}$                |
| 41. $(a^{-3})^4$                    | 41. $(a^{-4})^3$                    | 42. $(a^{-5})^0$                   | 42. $(a^{-2})^5$                   |