

ЗАДАЧИ и УПРАЖНЕНИЯ К „ЭЛЕМЕНТАМ АЛГЕБРЫ“

ЧЕТВЕРТОЕ ИЗДАНИЕ



ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКВА 1931 ЛЕНИНГРАД

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая книжка представляет собою то дополнение к теоретическому курсу „Элементов алгебры“, о котором говорилось в конце предисловия к этому труду.

Упражнения и задачи расположены, во-первых, в полном соответствии с последовательностью параграфов этих „Элементов“¹⁾ и, во-вторых, в порядке возрастания их сложности.

Наиболее трудные задачи снабжены или подробными решениями, или краткими указаниями на способ решения.

Некоторые упражнения даны в форме вопросов, заставляющих учащегося глубже проникнуть в детали теории.

Второе издание исправлено и дополнено (в конце книги) ответами на все задачи и упражнения.

В третьем издании эти ответы тщательно просмотрены и исправлены.

¹⁾ В скобках под заголовками указаны соответствующие параграфы „Элементов алгебры“.

СОДЕРЖАНИЕ

(В скобках поставлены те параграфы „Элементов алгебры“, к которым относятся упражнения).

Алгебраическое знакоположение (1—5)	6
Свойства первых четырех арифметических действий (6—11)	11
Сложение относительных чисел (17—19)	19
Вычитание относительных чисел (20—24)	24
Главнейшие свойства сложения и вычитания (25)	25
Умножение относительных чисел (27)	27
Деление относительных чисел (31—33)	33
Некоторые свойства умножения и деления (34)	34
Равенства и их свойства (35)	35
Тождество. Уравнение (36—41)	41
Простейшие задачи на составление уравнений (после § 41)	41
Многочлен и одночлен (42—44)	44
Приведение подобных членов (45)	45
Сложение многочленов (48)	48
Вычитание многочленов (49—50)	50
Раскрытие скобок и заключение в скобки (51—52)	52
Умножение одночленов (54)	54
Умножение многочлена на одночлен (55)	55
Примеры уравнений, для решения которых требуется знание умножения многочлена на одночлен (после § 55)	55
Умножение многочлена на многочлен (56)	56
Умножение расположенных многочленов (57—60)	60
Некоторые формулы умножения двучленов (61—63)	63
Деление одночленов (64—67)	67
многочлена на одночлен (68—69)	69
на многочлен (70—72)	72
Разложение многочленов на множители (75)	75
Приведение членов дроби к целому виду (78)	78
Перемена знаков у членов дроби (79)	79
Сокращение дробей (80)	80
Приведение дробей к общему знаменателю (81)	81
Сложение и вычитание дробей (82)	82
Умножение и деление дробей (83—85)	85
Освобождение уравнения от знаменателей (86)	86
Задачи на составление уравнений с дробными членами (после § 86)	86
Свойства отношений (87—91)	91
Свойства пропорций (92—95)	95
Среднее геометрическое и среднее арифметическое (96—97)	97

Пропорциональная зависимость (прямая и обратная) (102—105)	31
Графики некоторых эмпирических функций (107)	33
Координаты точки (108)	34
График пропорциональной зависимости (109—112)	35
График двучлена первой степени (115—117)	—
Построение прямой по двум точкам (118)	36
Графическое решение уравнения (119)	37
Посторонние корни (124)	—
Примеры уравнений, не имеющих корней (129)	—
Неопределенное решение (131)	—
Буквенные уравнения (133)	38
Неравенства первой степени (135—136)	40
Решение системы двух уравнений первой степени (141—142)	41
Графическое решение системы двух уравнений первой степени (143)	42
Задачи на составление двух уравнений первой степени (после § 143)	43
Решение системы трех уравнений первой степени (147—148)	45
Особые случаи систем уравнений (149—151)	46
Задачи на составление трех уравнений с тремя неизвестными (после § 151)	—
Возвышение в квадрат одночленов (153—154)	49
Возвышение в квадрат многочленов (155—156)	—
Сокращенное возвышение в квадрат целых чисел (157)	50
Графическое изображение функций $y = x^2$ и $y = ax^2$ (158—159)	—
Пропорциональность функции квадрату переменного независимого (после § 159)	—
Возвышение одночленов в куб и в другие степени (160—161)	51
Графики функций $y = x^3$ и $y = ax^3$ (162—163)	—
Понятие о корне (165—167)	52
Извлечение корня из произведения, из степени и из дроби (168)	—
Простейшие преобразования радикалов (169)	53
Извлечение наибольшего целого квадратного корня из целых чисел (171—173)	—
Извлечение приближенных квадратных корней из целых и дробных чисел (174—177)	54
Пользование таблицей квадратных корней (178)	—
Извлечение квадратного корня из обыкновенных дробей (179)	55
Графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = \sqrt[3]{x}$ (181—182)	—
Иррациональные числа (185—187)	—
Иррациональные значения радикалов (188—189)	—
Приближенные вычисления (191—200)	56
Некоторые преобразования радикалов (203)	57
Подобные радикалы (204)	—
Действия над иррациональными одночленами (205)	—
Действия над иррациональными многочленами (206)	59
Освобождение знаменателя дроби от радикалов (207)	—
Решение неполных квадратных уравнений (210)	60
График двучлена второй степени (212)	61
Решение полных квадратных уравнений посредством дополнения левой части до полного квадрата (214)	—

	Стр
Решение квадратного уравнения по общей формуле его корней (216—217)	62
Задачи на составление квадратного уравнения (после 217)	63
Свойства корней квадратного уравнения (219)	67
Разложение трехчлена второй степени на множители первой степени (221—223)	68
График трехчлена второй степени (224—225)	—
Графическое решение квадратного уравнения (226)	69
Наибольшее и наименьшее значение трехчлена. Изменение его (227—228)	—
Неравенства второй степени (228, 2)	70
Биквадратные уравнения (229)	71
Уравнения, у которых левая часть разлагается на множители, а правая есть нуль (230)	—
Иррациональные уравнения (231—234)	—
Системы двух уравнений второй степени (236—237)	73
Графический способ решения (238)	74
Задачи на составление двух уравнений второй степени (после § 238)	75
Арифметическая прогрессия (241—243)	—
Сумма квадратов чисел натурального ряда (244)	78
Геометрическая прогрессия (248—250)	—
Бесконечные прогрессии (253—254)	79
Отрицательные показатели (256—257)	81
Дробные показатели (260—261)	—
Показательная функция (265—266)	83
Определение логарифма и его обозначение (268)	84
Логарифмическая функция (269—270)	85
Логарифмирование алгебраического выражения (273—274)	—
Свойства десятичных логарифмов (275—276)	—
Преобразование отрицательного логарифма (278)	86
Нахождение логарифма по данному числу (279—280)	—
Нахождение числа по данному логарифму (282—283)	—
Действия над логарифмами с отрицательными характеристиками (285)	—
Замена вычитаемых логарифмов слагаемыми (286)	87
Примеры на вычисление помощью логарифмов (287)	—
Показательные и логарифмические уравнения (288)	89
Сложные проценты, срочные уплаты и срочные взносы (289—291)	—
Соединения (292—300)	90
Видом Ньютона (301—306)	91
Некоторые примеры на математическую индукцию (301)	92
Ответы	94

АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ ЗНАКОПОЛОЖЕНИЕ

(§§ 1—5)

1. Сторона квадрата равна a м; выразить его периметр, затем его площадь.

2. Если ребро куба равно m см, как выразятся его поверхность, его объем?

3. У прямоугольника основание равно x м, а высота на d м короче основания. Выразить его площадь.

4. Ребро куба равно $m + n$; выразить поверхность его и затем его объем.

5. Основание прямоугольника равно $2a + b$, а его высота есть $2a - b$, как выразится площадь этого прямоугольника?

6. Высота прямоугольного параллелепипеда есть h , а стороны прямоугольника, лежащего в основании, равны b и c (числа h , b и c выражены в одних и тех же линейных единицах). Как при помощи этих чисел выразятся: 1) периметр основания, 2) площадь основания; 3) полная поверхность параллелепипеда; 4) объем его.

7. Если мой возраст сейчас равен a годам, то как выразится мой возраст через 5 лет? Каков был мой возраст 5 лет тому назад?

8. Написать алгебраическое выражение, показывающее, сколько граммов содержится в составном именованном числе a кг b дг.

9. Цена телеграммы обыкновенно составляется так: к постоянной основной таксе в a коп. прибавляется плата за каждое слово по b коп. Какая цена телеграммы, содержащей x слов?

10. Сколько единиц содержится в x десятках?

11. Некоторое двузначное число содержит x десятков и y простых единиц; сколько всех единиц в этом числе?

12. В трехзначном числе имеется a сотен, b десятков и c простых единиц. Какой формулой можно выразить все число единиц, содержащееся в этом числе?

13. Как изобразить число, кратное 7?

14. Если k есть какое-нибудь целое число, то какие из следующих чисел будут четные и какие нечетные:

$$2k \quad 2k+1 \quad 2k-1?$$

15. Некоторое целое число при делении его на 5 дает остаток 2; изобразить это число формулой.

16. Смешано 2 сорта чаю: первого сорта взято a кг, второго b кг. Килограмм первого сорта стоит m руб., второго сорта n руб. Выразить цену одного килограмма смеси.

17. В одной коробке находится m перьев, а в другой n перьев. Если