

ГЛАВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ШКОЛ
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР

ЗАДАНИЯ
ДЛЯ УЧАЩИХСЯ
ЗАОЧНОЙ
СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

511 (0714)
3-151

АРИФМЕТИКА

V—VI КЛАССЫ

Составил *С. А. Пономарёв*

ИЗДАНИЕ СЕДЬМОЕ, ПЕРЕРАБОТАННОЕ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР
Москва * 1955

ОТВЕТИТЕ ОНЛИЙНО
НА ВОПРОСЫ
УЧЕНИКАМ

№ 428596

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ

«Преподавание арифметики имеет целью научить учащихся сознательно, быстро, уверенно и наиболее рационально производить действия с целыми и дробными числами и применять полученные знания к решению задач и выполнению простейших расчетов практического характера» (Программы средней школы Математика, 1955)

Курс арифметики проходит в V и VI классах Программой средней школы предусмотрено прохождение всего курса арифметики за 264 учебных часов, не включая времени, отводимого для самостоятельной работы. С целью облегчения планирования работы курс арифметики в каждом классе разделяется на задания, а задания в свою очередь — на занятия. Учащийся-заочник средней школы в V классе должен выполнить 7 заданий, а в VI классе — 2 задания.

В занятиях указывается, где найти теоретический и практический материал для изучения рассматриваемых вопросов, последовательность изучения, разъясняются более трудные вопросы, особенно те, которые не нашли должного отражения в учебнике и задачнике, приводятся образцы решений и записей отдельных примеров и задач, помещаются вопросы для самопроверки и примерные контрольные работы.

Необходимым условием успешности ваших занятий по арифметике является их систематичность, а поэтому создайте для своей работы такие условия, чтобы вы могли ежедневно заниматься арифметикой.

При работе над заданиями придерживайтесь следующих правил.

Сначала просмотрите содержание занятия, отметьте параграфы по учебнику, а затем приступайте к медленному чтению (лучше вслух) указанных параграфов. Обдумайте каждое слово, стараясь отдать себе отчет во всем прочитанном. Прочтите все приведенные в учебнике и в заданиях упражнения. Запишите в тетрадь основные определения и правила. Все правила и определения надо запомнить. Только когда вы проработаете текст, переходите к решению примеров и задач.

Непрерывно решите все примеры и задачи, указанные в задании. Ответы на «Вопросы для самопроверки» запишите в тетрадь.

Все записи ведите тщательно и аккуратно. При решении упражнений вначале перепишите в тетрадь упражнения, приведённые в учебнике или в задании (образцы решения), а затем приступайте к решению упражнений, указанных в задании.

Запись решений упражнений ведите, как указано в образцах решений, приведённых в заданиях или в учебнике. Четко пишите цифры, буквы и знаки действий, образцы записей арифметических действий приведены в приложении (стр. 122).

При затруднениях в работе обращайтесь к преподавателю за консультацией, покажите ему свои записи, преподаватель проверит ведение записей и даст необходимые указания к самостоятельной работе.

Перед сдачей устного зачёта просмотрите свои записи, ответьте на вопросы для самопроверки, повторите то, что слабо усвоено.

За V класс требуется сдать 4 устных зачёта, за VI класс — 2.

Заочники, сдающие зачёты устно, должны выполнить приводимые в заданиях контрольные работы, количество которых соответствует устным зачетам, а заочники, не имеющие возможности сдавать устные зачёты, должны выполнить зачетные работы, помещённые в данных заданиях.

К выполнению контрольной работы приступайте после усвоения всего задания. Для контрольных работ надо иметь отдельную тетрадь. В работе должны быть оставлены поля для замечаний преподавателя. В контрольной работе все слова надо писать полностью. Сокращения допускаются только при обозначении наименований (см. стр. 9). Примерная запись контрольной работы показана на стр. 34.

Заочники, выполняющие зачётную работу, должны дать обстоятельные объяснения по всем теоретическим вопросам, требуемым зачетной работой.

Выполняйте работу совершенно самостоятельно, иначе преподаватель не сумеет сделать правильные выводы о степени усвоения вами изученного материала.

Учебными пособиями для изучения курса арифметики в V—VI классах являются:

1) А. П. Киселёв, Арифметика, изд. 1946 г. и более поздних лет.

2) С. А. Пономарёв и Н. И. Сырнев, Сборник задач и упражнений по арифметике для V—VI классов, изд. 1954 г. и более поздних лет.

ЗАДАНИЕ I.

ПОВТОРЕНИЕ ПРОИДЕННОГО В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ.

(30 часов самостоятельной работы)

Занятие 1 Устная и письменная нумерация многозначных чисел. Римская нумерация. Метрическая система мер.

1 Прочтите по учебнику Киселева § 1—13 Выучите правила из § 2 (на стр 5), из § 13 (стр 10)

От прочного и осознанного знания арифметики будет зависеть усвоение других наук и особенно алгебры, геометрии, тригонометрии, физики, химии и черчения Многие из заочников впервые будут работать над математическим учебником, а потому вы должны отчетливо представлять, что *проработать материал по учебнику — значит понять все то, о чём написано в указанном параграфе, знать наизусть данные в нём определения, уметь изложить обоснование правила или свойства и, наконец, уметь применять правила к решению задач*

Поэтому учащийся должен внимательно читать всё рекомендуемое в задании и, прочитав параграф или отдельную его часть, устно воспроизвести изложенное Если, несмотря на усилия, в изучаемом материале остается что-то непонятым, то заочник должен записать в тетрадь вопрос, с тем чтобы при первой встрече с преподавателем или вообще с товарищем, хорошо знающим арифметику, выяснить непонятное

2 Решите из задачника Пономарева и Сырнева устно № 1, 2, 7, 8, 9, письменно № 10, 11, 12, 13, 14, 15, 18, 19

При решении № 15 надо пользоваться следующим правилом округления чисел

При округлении чисел до какого-нибудь разряда надо заменить нулями цифры всех разрядов, стоящих вправо от округляемого При этом, если первая отбрасываемая цифра больше 4, то цифру округляемого разряда надо увеличить на единицу, а если меньше 5, то цифру округляемого разряда нужно оставить без изменения

Например округлить число 53 456 354 сначала до десятков, затем до сотен, до тысяч, до десятков тысяч, до сотен тысяч. Вместо числа 53 456 354 получим

53 456 350	—	округлили	до	десятков	с	недостатком,
53 456 400	—	»	»	сотен	с	избытком,
53 456 000	—	»	»	тысяч	с	недостатком,
53 460 000	—	»	»	десятков тысяч	с	избытком,
53 500 000	—	»	»	сотен тысяч	с	избытком

Если при округлении числа отбрасывается только одна цифра 5, то цифру округляемого разряда надо увеличить на единицу лишь в том случае, когда она нечетная, например если надо округлить 1335 с точностью до второго разряда, то получается 1340, а если 3745, то получится 3740

Запись округления чисел производится так

1335	≈	1340
465	≈	460
673	≈	670
2387	≈	2390

Примечание Знак \approx читается «приближенно равно»

3 *Способ изображения чисел при помощи особых знаков называется нумерацией чисел.* В настоящее время пользуются десятичной системой счисления, в которой имеется всего десять знаков, называемых цифрами. Эти цифры 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Десятичная система счисления впервые встречается в одной из рукописей, написанных гениальным сыном узбекского народа Магомедом, сыном Мусы из Хорезма (IX век). В этой рукописи, написанной на арабском языке, было отмечено, что в основу рукописи положена практика некоторых вычислителей Индии. Поэтому, когда впервые в Европе (XII век) познакомились с десятичной системой, то значки-цифры стали называть арабскими или индусскими.

Наряду с десятичной нумерацией, но гораздо реже, применяется нумерация римская, широко употреблявшаяся в средние века у римлян.

Римскими цифрами часто обозначают века, главы в книге и вообще порядок чередования предметов. Однако римскими цифрами неудобно пользоваться при письменных вычислениях.

В России до XVII века в основном употреблялась старославянская нумерация, более удобная, чем римская, но тоже не использовавшая принцип поместного значения цифр, а потому вытесненная десятичной нумерацией. В старославянской нумерации применялись 27 знаков — букв славянского алфавита, снабженных для отличия особым знаком сверху («титло»)

4 Прочтите по учебнику Киселева § 18 Внимательно рассмотрите разобранные примеры и запомните принцип записи и чтения числа, изображаемого с помощью римских цифр Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 20, 21

5 Прочтите по учебнику Киселева § 107—110, 113 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 22—26, 27 и 28

Метрическую систему мер надо твердо знать, так как слабое знание метрической системы мер при дальнейшем прохождении арифметики будет являться тормозом в вашей работе

Замечание В учебниках и задачниках по математике принято строго различать термины «цифра» и «число», цифры — это знаки, при помощи которых записываются числа, в десятичной нумерации имеется только 10 цифр В разговорном языке слово «цифра» употребляется также в смысле числа, например «контрольные цифры», «цифра плапа» и т. п.

6 В XV—XVI вв. в России был изобретен вычислительный прибор, так называемые русские счеты

Необыкновенная простота и остроумие замысла, положенные в основу русских счетов, служат причиной того, что этот счетный прибор и по настоящее время остается самым распространенным и необходимым средством механизации вычислений Русские счеты используются чрезвычайно широко работниками многих массовых профессий экономистами, бухгалтерами, статистиками, продавцами и т. д.

Внимательно рассмотрите изображение русских счетов в задачнике Пономарева и Сырнева (стр. 4) и решите из задачника задачи № 5, 6 и 10

Вопросы для самопроверки

- 1 Что называется цифрой?
- 2 Сколько цифр мы употребляем для изображения в десятичной системе всевозможных чисел?
- 3 Есть ли различие между цифрой и числом и какое?
- 4 Какие цифры называются значащими цифрами?
- 5 Сколько всего чисел однозначных? двузначных? трёхзначных?
- 6 Назовите наименьшее число натурального ряда чисел
- 7 Как прочитать многозначное число десятичной системы?
- 8 Сформулируйте правило округления чисел до какого-либо разряда
- 9 Сформулируйте принцип чтения и записи числа, изображённого с помощью римских цифр

Занятие 2 Сложение и вычитание многозначных чисел **Проверка сложения и вычитания Задачи на время.**

- 1 Прочтите по учебнику Киселева § 19, 23—25
При сложении многозначных чисел обычно располагают все

слагаемые в столбик (§ 24) Рекомендуем практиковать и такую форму записи: $5656+359+5028+719=11\ 762$

$$\begin{array}{r} 359 \\ +5028 \\ 719 \\ \hline 11\ 762 \end{array}$$

2 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 30—35, 36(1), 47—50 В упражнениях № 30(2), 31(2), 36(1) требуется проверить результат вычислений на счетах

Сложение на русских счётах не должно вас затруднить, так как приемы сложения на счетах выполняются почти так же, как сложение при письменном вычислении, но с одним изменением — сложение на счетах ведется со старших разрядов Например, чтобы сложить два числа 453 и 235, надо отложить на счётах первое слагаемое (453), а затем на третьей проволоке (сотни), где уже отложены 4 косточки, отложить ещё 2, на второй проволоке к отложенным 5 косточкам прибавляют еще 3 и, наконец, на первой проволоке к 3 косточкам прибавляют ещё 5 косточек Затем читают и записывают полученный результат.

Если на какой-нибудь проволоке надо добавлять больше косточек, чем их осталось справа, то добавляется одна косточка на следующей верхней проволоке, а на данной проволоке «сбрасывается», т. е. переносится слева направо, надлежащее число косточек Например, чтобы к 374 прибавить 278, приходится вместо 7 косточек на второй проволоке добавить одну косточку на третьей проволоке, а на второй «сбросить», т. е. перенести слева направо три косточки, а затем вместо добавления к 4 косточкам на первой проволоке 8 надо добавить на второй проволоке ещё одну косточку и «сбросить» две на первой проволоке

3 Решение задач (за исключением так называемых «типовых») надо выполнять в такой последовательности

- 1) Дать краткую запись условия задачи
- 2) Провести анализ задачи (иногда устно)
- 3) Составить план и решение задачи
- 4) Провести проверку решения задачи

Внимательно рассмотрите решение следующей задачи

При строительстве Волго-Донского судоходного канала, Цимлянской электростанции и сооружений для орошения засушливых земель в Ростовской области в течение 1949—1952 гг. были построены Донской магистральный оросительный канал Нижне-Донской и Азовский распределительные каналы Известно, что Нижне-Донской канал длиной 72 км 900 м на 45 км 900 м длиннее Донского магистрального и на 19 км 300 м короче Азовского канала Найти общую длину этих трёх каналов

I Краткая запись условия задачи

1. Длина Нижне-Донского канала 72 км 900 м
 2. Длина Донского на 45 км 900 м меньше Нижне-Донского
 3. Длина Азовского на 19 км 300 м больше Нижне-Донского
- Найти общую длину трех каналов

II Анализ

Чтобы найти общую длину трёх каналов, надо знать длину каждого канала. Длина Нижне-Донского канала известна (72 км 900 м), а длины Донского и Азовского каналов можно найти, так как в условии задачи указано, на сколько каждый из них больше или меньше Нижне-Донского канала.

III План и решение

1. Узнаем длину Донского магистрального канала
2. Узнаем длину Азовского распределительного канала
3. Узнаем общую длину трех каналов

$$1 \quad 72 \text{ км } 900 \text{ м} - 45 \text{ км } 900 \text{ м} = 27 \text{ км.}$$

$$2 \quad 72 \text{ км } 900 \text{ м} + 19 \text{ км } 300 \text{ м} = 92 \text{ км } 200 \text{ м}$$

$$3 \quad 72 \text{ км } 900 \text{ м} + 27 \text{ км} + 92 \text{ км } 200 \text{ м} = 192 \text{ км } 100 \text{ м}$$

IV. Проверка решения задачи

Найденные значения длин Донского и Азовского каналов удовлетворяют условию задачи, так как если к длине Донского канала прибавить 45 км 900 м или если от длины Азовского канала отнять 19 км 300 м, то получим известную нам длину Нижне-Донского канала.

$$1 \quad 27 \text{ км} + 45 \text{ км } 900 \text{ м} = 72 \text{ км } 900 \text{ м}$$

$$2 \quad 92 \text{ км } 200 \text{ м} - 19 \text{ км } 300 \text{ м} = 72 \text{ км } 900 \text{ м}$$

Запись решения можно проводить и в других формах. Эти формы будут приведены во втором задании.

При записи решения помните

1. Наименования метрических мер, как, например, грамм, метр, литр, ар, тонна, сокращенно записываются одной буквой — г, м, л, а, т, а килограмм, километр, дециметр, сантиметр, гектар, гектолитр записываются двумя буквами — кг, км, дм, см, га, гл. Что касается других наименований, то здесь нет общепринятых сокращенных обозначений, но в практике принято сокращенно обозначать наименования не менее, чем двумя буквами.

Часто встречающиеся наименования «рублей», «копеек», «ми-

нут», «секунд» сокращённо записывают «руб», «коп», «мин» «сек.».

2. При выполнении действий сложения и вычитания над именованными числами можно пользоваться одной из двух следующих форм записи:

1-я форма записи. Наименования именованных чисел ставятся при каждом компоненте (компонентами называются числа, над которыми производится действие). Приведем примеры необходимой записи решений

$$1) 2 \text{ км} + 3 \text{ км} = 5 \text{ км},$$

$$2) 6 \text{ руб. } 20 \text{ коп} - 3 \text{ руб. } 70 \text{ коп} = 2 \text{ руб. } 50 \text{ коп}$$

2-я форма записи. Наименования именованных чисел ставятся только в результате действий, причем ставятся обязательно в скобках. Например

$$1) 2 + 3 = 5 \text{ (км)} \quad 2) 5 - 4 = 1 \text{ (м)}$$

3. Прочтите по учебнику Киселева § 28, 29, 31, 32. Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 53—57, 70, 71. Задачу № 71 решите с анализом, планом решения и проверкой.

В упражнениях № 54 и 57 требуется произвести вычитание на счётах. Вычитание на счётах производится по тем же правилам, что и сложение. Желая, например, вычесть из 349 число 127, кладем на счётах уменьшаемое и «сбрасываем», т. е. переносим слева направо одну косточку на третьей проволоке, две косточки на второй и семь — на первой. Если на какой-нибудь проволоке приходится «сбрасывать» больше косточек, чем находится их слева, то «сбрасывают» одну косточку на следующей верхней проволоке и добавляют надлежащее число косточек на данной проволоке. Например, при вычитании числа 368 из 652, вместо невозможного «сбрасывания» 6 косточек на второй проволоке, «сбрасывается» одна косточка на третьей проволоке и добавляются 4 косточки на второй, вместо невозможного «сбрасывания» на первой проволоке 8 косточек, «сбрасывается» ещё одна на второй и добавляются 2 косточки на первой проволоке.

4. Прочтите по учебнику § 34 и 35. Запомните, что проверку сложения, а также и проверку вычитания можно осуществить двумя действиями: или сложением, или вычитанием.

Образец записи вычитания многозначного числа из многозначного с последующей проверкой

П р о в е р к а

	сложением	вычитанием
$\begin{array}{r} 5\ 720\ 321 \\ - 954\ 135 \\ \hline 4\ 766\ 186 \end{array}$	$\begin{array}{r} 954\ 135 \\ + 4\ 766\ 186 \\ \hline 5\ 720\ 321 \end{array}$	$\begin{array}{r} 5\ 720\ 321 \\ - 4\ 766\ 186 \\ \hline 954\ 135 \end{array}$

5. Прочтите по учебнику Киселева § 111

ЗАДАЧИ НА ВРЕМЯ

1. Перевод календарного числа в арифметическое и обратно.

Задача Сколько лет, месяцев, дней и часов прошло от начала нашего летосчисления до 19 часов 5 сентября 1955 г?

Решение

- 1) От начала нашего летосчисления до начала 1955 г прошло 1954 года
 - 2) От начала 1955 г. до 1 сентября 1955 г прошло 8 месяцев
 - 3) От 1 сентября до 5 сентября прошло полных 4 дня
 - 4) От 0 час 5 сентября до 19 час 5 сентября прошло 19 час.
- Всего от начала нашего летосчисления прошло 1954 года 8 мес 4 дня 19 час

Задача Какой год, месяц, число наступили, если от начала нашего летосчисления прошло 1954 года 270 дней?

Решение

- 1) Полных лет прошло 1954, следовательно, наступил 1955 год (не високосный) Найдем месяц
 - 2) $270 \text{ дн} - 31 \text{ дн} - 28 \text{ дн} - 31 \text{ дн} - 30 \text{ дн} - 31 \text{ дн} - 30 \text{ дн} - 31 \text{ дн} - 31 \text{ дн} = 27 \text{ дн}$
- Следовательно, искомое календарное число есть 1955 г 28 сентября

Решите задачи

1 Сколько лет, месяцев и дней прошло от начала нашего летосчисления до дня Великой Октябрьской социалистической революции?

2 Какой год, месяц, число наступили, если от начала нашего летосчисления прошло 1953 года 150 дней?

2. Задачи на определение времени последующего события.

Задача Конституция РСФСР была опубликована 19 июля 1918 г, а Конституция СССР была принята через 18 лет 4 мес 16 дней Когда была принята Конституция СССР?

Решение

От начала нашего летосчисления до 19 июля 1918 г прошло 1917 лет 6 мес 18 дн, а до принятия Конституции СССР прошло 1917 лет 6 мес 18 дн + 18 лет 4 мес 16 дн = 1935 лет 11 мес 4 дня

Следовательно, Конституция СССР была принята 5 декабря 1936 г.

Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 51, 52, 141, 143(2).

3. Задачи на определение промежутка времени между двумя событиями.

Задача Совет Министров Союза ССР 28 декабря 1950 г издал постановление «О строительстве Волго-Донского судоходного канала и орошении земель в Ростовской и Сталинградской областях», а 10 июля 1952 г издал постановление «Об открытии Волго-Донского судоходного канала» Сколько времени прошло от первого постановления (о строительстве) до второго (об открытии)?

Решение.

1) От начала нашего летосчисления до дня постановления Совета Министров Союза ССР о строительстве канала прошло 1949 лет 11 мес 27 дн, а до дня постановления об открытии канала 1951 год 6 мес 9 дн

2) Со дня постановления о строительстве канала до дня постановления об открытии прошло 1951 год 6 мес 9 дн — 1949 лет 11 мес. 27 дн = 1 год 6 мес 12 дн

Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 69, 142, 144

4. Задачи на определение времени предыдущего события.

Задача Первая газета выпущена в России 2 января 1703 г, а первая книга напечатана в Москве на 139 лет 8 мес 5 дней раньше. Когда в Москве напечатали первую книгу?

Решение

— 1702 года 0 мес 1 день	Занимая один месяц (декабрь) раздробляем его в 31 день
— 139 лет 8 мес 5 дн	
<hr/>	
1562 года 3 мес 27 дн	

Переведя арифметическое число в календарное, получим 28 апреля 1563 года

Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 143(1)

Вопросы для самопроверки

- 1 Что называется арифметическим действием?
- 2 Всегда ли выполнимо действие сложения?
- 3 Как сложить два многозначных числа?
4. Как называются числа, которые складываются?
- 5 К первому слагаемому прибавили второе слагаемое и по-

лучили сумму, равную первому слагаемому Чему равно второе слагаемое?

6 Всегда ли выполнимо действие вычитания?

7 Уменьшаемое равно разности Чему равно вычитаемое?

Запятие 3 Умножение и деление многозначных чисел.

Проверка умножения и деления. Порядок выполнения действий Скобки.

1 Прочтите по учебнику Киселева § 42, 43, 46—52.

Выучите правила умножения, изложенные в § 49, 50 и 52

Проверьте на примерах, что произведение двух натуральных чисел имеет столько цифр, сколько их вместе в обоих сомножителях или на единицу меньше

Поясним на двух примерах

$$1) \quad 7000 \quad 60 = 420 \quad 000$$

↓ ↓ ↓
4 цифры 2 цифры 6 цифр, т е $4 + 2 = 6$.

$$2) \quad 300 \quad 150 = 45 \quad 000$$

↓ ↓ ↓
3 цифры 3 цифры 5 цифр, т е $3 + 3 - 1 = 5$

2 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 74, 75, 76, 77(1), 79, 82, 85, 86 88, 91, 145, 146

Упражнение № 82 (2,4,5) — умножение составного именованного числа на двузначное число — можно выполнить одним из двух приёмов

1-й прием составное именованное число надо раздробить в единицы низшего наименования, полученное число умножить на двузначное число и результат (полученное произведение) превратить в составное именованное число

2-й прием отдельно умножить на множитель число каждого наименования, затем превратить единицы низшего наименования в единицы высшего наименования и полученные частные произведения сложить Рассмотрите применение указанных приёмов на следующем примере

Пример

$$2 \text{ часа } 32 \text{ мин } \times 33$$

$$1\text{-й прием } 2 \text{ часа } 32 \text{ мин } = 152 \text{ мин}$$

$$2 \text{ часа } 32 \text{ мин } \times 33 = 152 \text{ мин } \times 33 = 5016 \text{ мин } = 83 \text{ час } 36 \text{ мин.}$$

$$2\text{-й прием. } 2 \text{ час } 32 \text{ мин } \times 33 = 2 \text{ часа } \times 33 + 32 \text{ мин.} \times 33 =$$

$$= 66 \text{ час } + 1056 \text{ мин } = 66 \text{ час } + 17 \text{ час } 36 \text{ мин } =$$

$$= 83 \text{ часа } 36 \text{ мин.}$$

В данном примере более целесообразен 1-й приём.

Задача № 146 — на нахождение площади прямоугольника Напоминаем, что площадь прямоугольника равна произведению длины прямоугольника на его ширину

Задача № 145 — на нахождение объема прямоугольного параллелепипеда (бруса) Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений, т. е. чтобы найти объём прямоугольного параллелепипеда, надо длину параллелепипеда умножить на ширину, а полученное произведение умножить на высоту параллелепипеда. Обращаем внимание на то, что при нахождении площади или объема необходимо, чтобы перемножаемые величины были одного и того же наименования

Решите задачи

1 Надо сделать грядку шириной 120 см и площадью 15 кв м. Какой длины будет грядка?

2 Сколько нужно досок длиной 6 м, шириной 6 дм, чтобы замостить пол в квадратной комнате, длина которой 12 м?

3 Классная комната имеет в длину 12 м, в ширину 10 м, в высоту 4 м. Сколько кубических метров воздуха приходится на каждого из учеников класса, если в классе 40 учеников?

4 Сколько весит вода, наполняющая бассейн размером 25 м × 6 м × 3 м?

Прочтите по учебнику Киселёва § 60, 61, 63, 64, 71

Надо запомнить особые случаи деления

1 Любое число делится на 1 и частное равно этому числу, например $5 : 1 = 5$, так как $5 \cdot 1 = 5$, вообще $a : 1 = a$

2 Любое число делится само на себя и частное равно 1, например $6 : 6 = 1$, так как $6 \cdot 1 = 6$

3 Нуль делится на любое число и частное равно 0

Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 94, 95, 97, 98, 99, 103, 104

В примерах, где вам предлагается разделить именованное число на именованное, необходимо как делимое, так и делитель выразить в виде простого именованного числа обязательно одинакового наименования, например

$$16 \text{ час} - 2 \text{ часа} - 40 \text{ мин} = 960 \text{ мин} - 160 \text{ мин} = 800 \text{ мин}$$

Указание Запись арифметических действий над целыми числами рекомендуем вести так, как указано в приложении на стр. 122

Проверьте на примерах, что число цифр частного или равно разности числа цифр делимого и делителя, или на единицу больше

3 Прочтите по учебнику Киселева § 74-75

Обратите внимание на то, что если действия сложения, вычитания и умножения всегда могут быть проверены двумя способами, то действие деления может быть проверено также двумя способами только при том условии, если деление возможно без остатка. Если деление произведено с остатком, то про-

верка производится согласно правилу *делимое равно делителю умноженному на частное, плюс остаток*. Например

$$85 : 23 = 3 \text{ (ост } 16), \quad 85 = 23 \cdot 3 + 16$$

4 Часто при решении практических вопросов приходится результат измерения или вычисления выражать приблизительно а не точно, например чтобы определить длину своего шага в сантиметрах, ученик при помощи измерительной ленты (или метра) отмерил расстояние 100 м и стал считать число шагов, сделанных им на этом расстоянии. В целях большей достоверности результата ученик прошел три раза и получил такие результаты 140, 144, 145. Можно сказать, что 100 метрам соответствует приблизительно 140 шагов ученика. Однако можно получить более точный результат, если найти среднее арифметическое этих чисел.

Средним арифметическим нескольких чисел называется частное от деления суммы этих чисел на их количество. В нашем

примере
$$\frac{140 + 144 + 145}{3} = 143 \text{ (м)}$$

Если ученик получил при измерении такие числа 140, 142 и 143, то среднее арифметическое было бы взято приближенно, а

именно
$$\frac{140 + 142 + 143}{3} \approx 142 \text{ (шага)}$$

Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 105, 106

5 Прочтите по учебнику Киселева § 80

Кроме указанных в учебнике скобок (круглых), если надо указать еще отступления от принятого порядка выполнения действия, вводятся квадратные скобки [] и фигурные скобки { }. В этом случае действия вначале производят над числами, стоящими в круглых скобках, затем в квадратных и, наконец, в фигурных, например

$$\{[(24 + 216) : 3] \cdot 2\} : 4 = 25$$

Раскрыв круглые скобки, получим: $\{[240 : 3] \cdot 2\} : 4 = 25$

Раскрыв квадратные скобки, получим $[80 \cdot 2] : 4 = 25$.

Раскрыв фигурные скобки, получим $160 : 4 = 25$

Выполняем действия без скобок $40 : 2 = 20$

Чтобы сделать запись менее громоздкой, иногда применяют горизонтальную черту, горизонтальная черта служит одновременно и знаком деления, и заменой скобок. Чтобы решить пример с горизонтальной чертой, надо прежде найти результат, записанный над чертой, затем под чертой, и делить первый результат на второй, например

$$\frac{(18 + 15) \cdot 3 - 5}{10 - (4 - 2)} = 4$$

Вначале вычислим выражение, стоящее над чертой

$$(18 + 15) : 3 - 5 = 33 : 3 - 5 = 11 - 5 = 6$$

Затем вычислим выражение, стоящее под чертой

$$10 - (4 - 2) \cdot 4 = 10 - 2 \cdot 4 = 10 - 8 = 2$$

И, наконец, вычислим

$$\frac{6}{2} = 3$$

Решите из задачника Пономарёва и Сырнева примеры № 108, 109, 110, 111.

Решите пример.

$$\frac{(367\ 710 : 35 - 2335\ 242\ 329) \cdot 375}{[(16\ 531\ 343 + 763\ 1099) : 718 - 65] \cdot 71}$$

Вопросы для самопроверки.

- 1 Как найти второй сомножитель, зная произведение и один из сомножителей?
- 2 В каком случае произведение двух сомножителей равно нулю?
- 3 Произведение двух сомножителей равно первому сомножителю. Чему равен второй сомножитель?
- 4 На какое число нельзя делить другие числа?
- 5 Делимое равно частному. Чему равен делитель?
- 6 Как проверить правильность выполнения умножения?
- 7 Как проверить правильность выполнения деления?

Занятие 4 Зависимость между данными и результатом каждого действия. Изменение суммы, разности, произведения и частного в зависимости от изменения данных.

1. Прочтите по учебнику Киселева § 27, 38

Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 43 (устно), 44 (устно), 45 (устно), 46, 61—66 (устно), 67, 68

При выполнении упражнения № 68 ведите решение со следующей записью:

$$4284 - (x - 378) = 1000$$

$$x - 378 = 4284 - 1000 = 3284$$

$$x = 3284 + 378 = 3662. \quad \text{Ответ. } x = 3662$$

При решении упражнения № 46 последовательность и запись решения можно вести так, как указано в решении следующего примера:

При сложении трёх чисел на доске были стёрты некоторые цифры. Восстановите первоначальную запись.

$$\begin{array}{r} 56?7 \\ + ?341 \\ \hline ?32 \\ \hline 1518? \end{array}$$

Решение

1) Цифра единиц суммы равна 0, так как $7 + 1 + 2 = 10$ один десяток прибавляем к десяткам.

2) Цифра десятков первого слагаемого равна 0, так как $8 - (4 + 3 + 1) = 0$.

3) Цифра сотен третьего слагаемого равна 2, так как $11 - (6 + 3) = 2$.

Ответ на доске была запись

$$\begin{array}{r} 5607 \\ + 9341 \\ \hline 232 \\ \hline 15180 \end{array}$$

Прочтите по учебнику Киселёва § 53, 77.

Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 90 — 92 (устно), 93, 100 — 101 (устно), 102, 112.

При решении упражнения № 112 ведите решение со следующей записью:

$$\begin{aligned} \text{Найти } x, \text{ если } 2448 [119 - (x - 6)] &= 24 \quad 119 - (x - 6) = \\ = 2448 : 24 = 102, x - 6 &= 119 - 102 = 17, x = 17 + 6 = 23 \end{aligned}$$

Ответ $x = 23$

Вопросы для самопроверки

1. Первое слагаемое увеличили на 5 единиц, а второе уменьшили на 3 единицы. Как изменилась сумма?

2. Как изменится сумма, если первое слагаемое оставить без изменения, а второе увеличить вдвое?

3. Уменьшаемое уменьшили на 8 единиц, а вычитаемое увеличили на 5 единиц. Как изменилась разность?

4. Разность двух чисел 5. Как надо изменить вычитаемое, чтобы разность была равна 0?

5. Как изменится произведение, если первый множитель увеличить в 6 раз, а второй уменьшить в 2 раза?

6. Делимое увеличили в 4 раза, а делитель уменьшили в 5 раз. Как изменилось частное?

7. Как изменится сумма или какое-нибудь из слагаемых при следующих условиях (знак + означает, что слагаемое или

сумму «увеличили на », а знак — означает, что слагаемое «уменьшили на »)

Первое слагаемое	Второе слагаемое	Сумма
+60	-140	?
+30	-20	?
-15	-5	?
+4	?	+10
?	-12	+3
+10	?	-10

8 Как изменится разность, уменьшаемое или вычитаемое при следующих условиях

Уменьшаемое	Вычитаемое	Разность
-50	+20	?
+40	+10	?
+20	-10	?
?	-25	-15
+40	?	+10
-10	?	-5
+15	+5	?

З а н я т и е 5 Свойства сложения, вычитания, умножения и деления. Приёмы устных вычислений.

1 Прочтите по учебнику Киселева § 20, 21

Кроме указанных свойств в § 20 и 21, необходимо знать еще следующие свойства

Чтобы к сумме нескольких чисел прибавить другую сумму, можно последовательно сложить все слагаемые этих сумм

П р и м е р

$$(35 + 127) + (65 + 73) = 35 + 127 + 65 + 73 = 300$$

В общем виде это свойство записывается так $(a + b) + (c + d) = a + b + c + d$, где под буквами подразумеваются какие угодно числа

В этой формулировке свойства встречается слово «можно» Оно употребляется потому, что обычно этот пример решали бы так: произвели бы действия в скобках, а затем сложили бы результаты Но в некоторых случаях целесообразно выполнять сложение сумм так, как сказано в этом свойстве Поэтому и употребляется слово «можно»

Чтобы к данному числу прибавить разность двух чисел, можно к данному числу прибавить уменьшаемое и вычесть вычитаемое

Пример

$$76 + (24 - 10) = 76 + 24 - 10 = 100 - 10 = 90.$$

В общем виде это свойство записывается так

$$a + (b - c) = a + b - c$$

На основании свойства переместительности сложения, свойств суммы, приведенных в § 21, и еще двух свойств, разобранных выше, можно в ряде случаев значительно упростить вычисления, выполняя их устно

Устные вычисления способствуют развитию наблюдательности, сообразительности, воли и позволяют более отчетливо осознавать сущность математических понятий

Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 39, 41, 42

Приёмы устных вычислений.

Перестановка слагаемых $220 + 535 + 180 = 220 + 180 + 535 = 400 + 535 = 935$

Прибавление числа к сумме $(250 + 136) + 150 = 250 + 136 + 150 = 250 + 150 + 136 = 400 + 136 = 536.$

Прием округления $165 + 999 = 165 + (1000 - 1) = 165 + 1000 - 1 = 1164.$

Решите устно следующие примеры

- | | |
|-----------------------------|-------------------------|
| 1) $323 + 278 + 77$ | 7) $535 + (630 - 35)$ |
| 2) $485 + 149 + 15$ | 8) $1200 + (300 - 130)$ |
| 3) $392 + 415 + 208$ | 9) $155 + 299$ |
| 4) $487 + 273 + 313$ | 10) $274 + 999$ |
| 5) $(84 + 27) + (16 + 43)$ | 11) $598 + 635$ |
| 6) $(98 + 21) + (102 + 53)$ | 12) $348 + 252$ |

2 Прочтите по учебнику Киселева § 33, 39

Приведем примеры на следующее свойство (§ 39)

Чтобы из данного числа вычесть разность двух чисел, можно к данному числу прибавить вычитаемое, а затем из полученной суммы вычесть уменьшаемое или же отнять уменьшаемое и затем прибавить вычитаемое

Примеры

$$1) 25 - (37 - 15) = (25 + 15) - 37 = 3$$

$$2) 525 - (125 - 70) = (525 - 125) + 70 = 470$$

Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 58

Приёмы устных вычислений.

Вычитание из суммы числа

$$(565 + 428) - 265 = (65 - 265) + 428 = 728$$

Вычитание суммы из числа

$$478 - (120 + 78) = (478 - 78) - 120 = 280$$

Округление

$$590 - 199 = 590 - (200 - 1) = (590 + 1) - 200 = 391$$

$$503 - 365 = (500 + 3) - 365 = (500 - 365) + 3 = 138$$

Уравнивание единиц в уменьшаемом и вычитаемом.

$$567 - 358 = (567 - 357) - 1 = 210 - 1 = 209$$

$$458 - 327 = (457 - 327) + 1 = 130 + 1 = 131.$$

Решите устно следующие примеры:

- | | | |
|-------------------------|----------------|-----------------|
| 1) $(326 + 193) - 12$ | 5) $597 - 280$ | 9) $502 - 343$ |
| 2) $(1021 + 429) - 329$ | 6) $627 - 398$ | 10) $352 - 193$ |
| 3) $356 - (170 + 56)$ | 7) $945 - 895$ | 11) $742 - 533$ |
| 4) $1231 - (231 + 150)$ | 8) $536 - 315$ | 12) $802 - 162$ |

3 Прочтите по учебнику Киселева § 56, 57, 58, 59, 76, 78, 79
Поясним на примерах законы умножения

Переместительный закон

Задача Пионеры выстроились в две шеренги по 8 человек в каждой. Сколько всего было пионеров?

Эту задачу можно решить двумя способами

1-й способ Так как в одной шеренге стоит восемь пионеров, а всего две шеренги пионеров, следовательно, общее число пионеров будет $8 \cdot 2 = 16$ (пионеров)

2-й способ Всего выстроилось 8 рядов пионеров, по 2 пионера в ряду, а, следовательно, общее число пионеров $2 \cdot 8 = 16$ (пионеров).

Отсюда $8 \cdot 2 = 2 \cdot 8$, т. е. *произведение не меняется от перемени мест сомножителей*

Сочетательный закон

Задача Шагающий экскаватор за день вынимает и переносит до 5000 куб м земли. Сколько земли вынет он за 2 месяца считая 25 рабочих дней в месяце?

Эту задачу можно решить двумя способами

1-й способ В месяц экскаватор вынимает 5000 25 (куб м), а за два месяца $(5000 \cdot 25)$ 2 (куб м).

2-й способ Сначала узнаем, сколько дней работал экскаватор (25 2), а затем узнаем, сколько земли вынет он 5000 (25 2) (куб м)

$$\text{Следовательно } (5000 \cdot 25) : 2 = 5000 (25 \cdot 2)$$

Распределительный закон Пять пионеров разделили пойманную рыбу так, что каждому досталось по 6 окуней, по 10 плотичек и по 12 пескарей Сколько всего рыбы они поймали?

1-й способ Вначале узнаем, сколько всего окуней они поймали, затем плотичек и далее пескарей Потом найдем общее количество пойманной рыбы, т е $6 \cdot 5 + 10 \cdot 5 + 12 \cdot 5 =$
 $= 140$ (рыб)

2-й способ Вначале найдем, сколько рыб досталось каждому пионеру, а затем, сколько рыб поймали они вместе, т е $(6 + 10 + 12) \cdot 5 = 140$ (рыб)

Следовательно $(6 + 10 + 12) \cdot 5 = 6 \cdot 5 + 10 \cdot 5 + 12 \cdot 5$, т е, чтобы умножить сумму на какое-нибудь число, можно умножить на это число каждое слагаемое отдельно и сложить полученные результаты

Итак, для действия умножения имеют место три закона переместительный, сочетательный и распределительный

Справедливы ли эти законы для действия деления?

Действие деления обладает двумя законами распределительным и сочетательным

Переместительный закон не имеет места для действия деления, так как $10 : 5$ не равно $5 : 10$

Поясним на примерах содержание § 76 и 79

Распределительный закон Автомобилю-самосвалу грузоподъемностью 25 т надо перевезти из одного карьера 1000 т песка и из другого 750 т За сколько рейсов он вывезет этот песок?

1-й способ решения Вначале узнаем, сколько всего песка надо вывезти автомобилю $(1000 + 750)$, а затем — за сколько рейсов он вывезет этот песок $(1000 + 750) : 25 = 70$.

2-й способ решения Вначале узнаем, за сколько рейсов он вывезет 1000 т песка, затем 750 т и полученные числа сложим, т е выполним следующие действия

$$1000 : 25 + 750 : 25 = 70$$

Следовательно $(1000 + 750) : 25 = 1000 : 25 + 750 : 25$

Этим законом мы особенно пользуемся при устных вычислениях, например

$$1) 368 : 4 = (300 + 60 + 8) : 4 = 75 + 15 + 2 = 92,$$

$$2) 485 : 5 = (500 - 15) : 5 = 100 - 3 = 97$$

Кроме разобранных свойств, необходимо знать следующее свойство

Чтобы умножить данное число на разность двух чисел, можно это число умножить на уменьшаемое и на вычитаемое в отдельности и из первого результата вычесть второй

Пример $150 \cdot (30 - 5) = 4500 - 750 = 3750$

Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 87, 88, 89

Приёмы устных вычислений.

Умножение на 11, 101, 1001

$$570 \cdot 11 = 570 \cdot (10 + 1) = 5700 + 570 = 6270$$

$$305 \cdot 101 = 305 \cdot (100 + 1) = 30500 + 305 = 30805$$

Умножение на 9, 99, 999

$$58 \cdot 9 = 58 \cdot (10 - 1) = 580 - 58 = 522$$

$$63 \cdot 99 = 63 \cdot (100 - 1) = 6300 - 63 = 6237.$$

Умножение на 5

$$35 \cdot 5 = 35 \cdot \frac{10}{2} = \frac{350}{2} = 175 \left(5 \text{ заменяем через } \frac{10}{2} \right).$$

Этот прием особенно удобен, если множимое кратно 2. Тогда

$$36 \cdot 5 = \frac{36}{2} \cdot 10 = 180$$

Умножение на 25

$$43 \cdot 25 = 43 \cdot \frac{100}{4} = \frac{4300}{4} = 1075 \left(25 \text{ заменяем через } \frac{100}{4} \right)$$

Этот прием особенно удобен, если множимое кратно 4

Например $28 \cdot 25 = \frac{28}{4} \cdot 100 = 700$

Умножение на 15

$$48 \cdot 15 = 48 \cdot \left(10 + \frac{5}{2} \right) = 480 + 48 \cdot \frac{10}{2} = 480 + 240 = 720.$$

Округление делимого.

$$954 : 18 = (900 + 54) : 18 = 50 + 3 = 53.$$

Последовательное деление

$$480 : 32 = (480 : 8) : 4 = 60 : 4 = 15.$$

Решите устно следующие примеры

- | | | | | |
|--------------|-------------|--------------|--------------|--------------|
| 1) 45 · 11 | 7) 27 · 9 | 13) 46 · 5 | 19) 36 · 25 | 25) 816 : 16 |
| 2) 56 · 11 | 8) 56 · 9 | 14) 82 · 5 | 20) 44 · 25 | 26) 918 : 18 |
| 3) 305 · 11 | 9) 48 · 9 | 15) 31 · 5 | 21) 120 · 25 | 27) 688 : 16 |
| 4) 32 · 101 | 10) 120 · 9 | 16) 42 · 50 | 22) 24 · 15 | 28) 630 : 18 |
| 5) 61 · 101 | 11) 32 · 99 | 17) 54 · 50 | 23) 32 · 15 | 29) 944 : 16 |
| 6) 16 · 1001 | 12) 47 · 99 | 18) 36 · 510 | 24) 56 · 15 | 30) 455 : 65 |

При дальнейшем прохождении курса арифметики надо стремиться применять указанные приемы устных вычислений, что себя в дальнейшем оправдывает

Вопросы для самопроверки.

1. Сформулируйте свойства суммы
2. Сформулируйте свойства разности
3. Сформулируйте сочетательный закон умножения
4. Сформулируйте распределительный закон умножения
5. На каком свойстве суммы основан прием устного вычисления с помощью округления?
6. На каком свойстве умножения основан прием устного вычисления при умножении на 5² при умножении на 25²?
7. На каком свойстве умножения основан приём устных вычислений при умножении на 9² на 99²?
8. На каком свойстве умножения основан прием устных вычислений при умножении на 15²?
9. На каком свойстве умножения основан приём устных вычислений при умножении на 11² на 101²?
10. На каком свойстве умножения основан приём устных вычислений «округление делимого»?

ЗАДАНИЕ II.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ВСЕ ДЕЙСТВИЯ.

(13 часов самостоятельной работы)

Занятие 1 Решение задач на все действия.

(Исключая типовые задачи)

Одна из главных целей изучения арифметики состоит в том чтобы учащиеся научились решать арифметические задачи. Задачи развивают мышление, сообразительность и умение

понимать скрытые в условии задачи зависимости и выбирать для решения соответствующие арифметические действия

Арифметической задачей называется вопрос, для ответа на который приходится по двум или нескольким числам находить новое число Число, которое отыскивается, называется *искомым*, а известные числа в задаче называются *данными*

Если условие задачи состоит в прямом указании действия, какие надо выполнить над данными числами, то такая задача называется *числовым примером*, например $(72 - 6 - 15 - 3 - 5) \cdot 3$.

Под задачей понимают такой вопрос, где условие не указывает, какие действия следует выполнить над данными числами, чтобы получить искомое число, например «разделите 10 апельсинов поровну между 12 лицами, при условии, что каждый апельсин разрезается меньше, чем на 12 частей»

В этой задаче не указаны действия и порядок действий

Различают так называемые простые и составные (сложные) задачи

Задача называется *простой*, если для ее решения достаточно выполнить лишь одно из арифметических действий (сложение, вычитание, умножение, деление). Задача называется *составной*, если для ее решения нужно выполнить два или более арифметических действий

Решение составной задачи заключается в том, что ее разлагают на ряд простых задач и указывают последовательность решения простых задач (намечают план решения) Решение составной задачи может быть выполнено двумя способами. *синтетическим и аналитическим*

Синтетический способ решения составной задачи заключается в том, что, исходя из числовых данных задачи, составляют и решают первую простую задачу, затем подбирают вторую задачу из числовых данных и в ряде случаев также из числа, полученного в первой задаче, и поступают так до тех пор, пока ответ на последнюю простую задачу не будет ответом на вопрос составной задачи

Аналитический способ заключается в том, что начинают разбор задачи с вопроса задачи, затем, постепенно расчленив его, доходят до вопроса, для решения которого имеются данные в задаче, и, наконец, составляют план и решают задачу.

Поясним применение указанных способов на разборе несложной задачи.

Задача. Из котлована надо вывезти 10 000 м³ земли. На вывозе работают 5 самосвалов и 4 пятиосевых самосвалов. Каждая машина сделала 15 рейсов. Сколько земли осталось не вывезенной?

Аналитический способ 1) Сколько земли осталось в котловане после 15 рейсов самосвалов?

2) Сколько земли было вывезено всеми самосвалами за 1 рейсов?

3) Сколько земли было вывезено за 15 рейсов 4 пятитонными самосвалами?

4) Сколько земли было вывезено за один рейс 4 пятитонными самосвалами?

5) Сколько земли было вывезено за 15 рейсов 5 семитонными самосвалами?

6) Сколько земли было вывезено за один рейс 5 семитонными самосвалами?

Синтетический способ 1) Сколько земли было вывезено за один рейс 5 семитонными самосвалами?

2) Сколько земли было вывезено за 15 рейсов 5 семитонными самосвалами?

3) Сколько земли было вывезено за один рейс 4 пятитонными самосвалами?

4) Сколько земли было вывезено за 15 рейсов 4 пятитонными самосвалами?

5) Сколько земли было вывезено за 15 рейсов всеми самосвалами?

6) Сколько земли осталось в котловане после 15 рейсов самосвалов?

После анализа задачи и составления плана решения надо записать решение задачи. Применяются несколько форм записи решения задачи

I Числовое решение без пояснительного текста.

1) $7 \text{ т} \cdot 5 = 35 \text{ т}$

5) $525 \text{ т} + 300 \text{ т} = 825 \text{ т}$

2) $35 \text{ т} \cdot 15 = 525 \text{ т}$

6) $1200 \text{ т} - 825 \text{ т} = 375 \text{ т}$

3) $5 \text{ т} \cdot 4 = 20 \text{ т}$

4) $20 \text{ т} \cdot 15 = 300 \text{ т}$

Ответ 375 т

II Запись решения с вопросами

1) Сколько земли было вывезено за один рейс 5 семитонными самосвалами?

$$7 \text{ т} \cdot 5 = 35 \text{ т}$$

2) Сколько земли было вывезено за 15 рейсов 5 семитонными самосвалами?

$$35 \text{ т} \cdot 15 = 525 \text{ т}$$

3) Сколько земли было вывезено за один рейс 4 пятитонными самосвалами?

$$5 \text{ т} \cdot 4 = 20 \text{ т}$$

4) Сколько земли было вывезено за 15 рейсов 4 пятитонными самосвалами?

$$20 \text{ т} \cdot 15 = 300 \text{ т}$$

5) Сколько земли было вывезено за 15 рейсов всеми самосвалами?

$$525 \text{ т} + 300 \text{ т} = 825 \text{ т}$$

6) Сколько земли осталось в котловане?

$$1200 \text{ т} - 825 \text{ т} = 375 \text{ т}$$

III Запись решения с предшествующим пояснением

1) Вес земли, вывезенной за один рейс 5 семитонными самосвалами

$$7 \text{ т} \cdot 5 = 35 \text{ т}$$

2) Вес земли, вывезенной за 15 рейсов 5 семитонными самосвалами

$$35 \text{ т} \cdot 15 = 525 \text{ т}$$

3) Вес земли, вывезенной за один рейс 4 пятитонными самосвалами

$$5 \text{ т} \cdot 4 = 20 \text{ т}$$

4) Вес земли, вывезенной за 15 рейсов 4 пятитонными самосвалами

$$20 \text{ т} \cdot 15 = 300 \text{ т}$$

5) Вес земли, вывезенной за 15 рейсов всеми самосвалами.

$$525 \text{ т} + 300 \text{ т} = 825 \text{ т}$$

6) Вес земли, оставшейся в котловане

$$1200 \text{ т} - 825 \text{ т} = 375 \text{ т}$$

IV. Запись решения с последующим объяснением

1) $7 \text{ т} \cdot 5 = 35 \text{ т}$; 35 т — вес земли, вывезенной 5 семитонными самосвалами за один рейс.

2) $35 \text{ т} \cdot 15 = 525 \text{ т}$; 525 т — вес земли, вывезенной 5 семитонными самосвалами за 15 рейсов

3) $5 \text{ т} \cdot 4 = 20 \text{ т}$, 20 т — вес земли, вывезенной 4 пятитонными самосвалами за один рейс.

4) $20 \text{ т} \cdot 15 = 300 \text{ т}$; 300 т — вес земли, вывезенной 4 пятитонными самосвалами за 15 рейсов

5) $525 \text{ т} + 300 \text{ т} = 825 \text{ т}$, 825 т — вес земли, вывезенной всеми самосвалами за 15 рейсов

6) $1200 \text{ т} - 825 \text{ т} = 375 \text{ т}$; 375 т — вес земли, оставшейся в котловане.

Фактически анализ и синтез при решении составных задач взаимно переплетаются, взаимно дополняют друг друга. Это естественно, так как *анализ и синтез — две стороны единого познавательного процесса*

В чистом виде синтетический способ решения задач чаще применяется в начальной школе. Начиная с V класса, арифметические задачи решаются аналитико-синтетическим способом: г е произведя разбор задачи (исходя из вопроса задачи), постепенно доходят до данных задачи, а затем излагают решение синтетическим способом. Но иногда встречаются такие задачи, которые весьма трудно или невозможно решить, применяя анализ или синтез.

Чтобы решить такие задачи, надо применять особые приемы, пригодные лишь в отдельных, частных случаях.

В занятиях 3 и 4 приводятся так называемые « типовые задачи, для решения которых требуются особые приемы.

При решении задач рекомендуем пользоваться следующей памяткой:

1) Внимательно прочтите условие задачи. Если оно трудно воспринимается, прочтите задачу еще раз.

2) Запишите в тетради кратко условие задачи.

3) Определите «тип» задачи и наметьте план ее решения. Если задача не типовая, то проведите разбор ее аналитическим способом и наметьте план ее решения.

4) В ряде случаев весьма полезно иллюстрировать задачу рисунком (чертежом).

5) Условие задачи надо хорошо осмыслить и выделить данные и вопрос задачи.

6) Задачи, приведённые в задачниках и другой литературе всегда имеют решение, а потому надо обязательно добиваться его.

7) При решении не торопиться; торопливость — причина ошибок. Лучше лишний раз проверить, верны ли сделанные рассуждения и вычисления, чем после искать свои ошибки.

8) Если задача дана учителем, то она посильна. Поэтому решать надо самостоятельно, надеясь только на себя.

9) Если задача трудная, то не надо огорчаться и «опускать руки», а стараться обязательно найти решение.

10) Постоянно контролировать свои рассуждения и вычисления.

11) Проверять решение. Сначала прикинуть, может ли полученный ответ приблизительно соответствовать условию задачи.

12) Спокойствие — необходимое условие работы по арифметике.

Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 102(1,2).

Разбор задач проведите аналитическим способом.

Вопросы для самопроверки

1. Что называется задачей?
2. Какая задача называется простой?
3. Какая задача называется составной (сложной) задачей?
4. В чем заключается сущность решения всякой задачи?
5. Какие существуют способы решения составной задачи?
6. Какие вы знаете формы записи решения задачи?

З а н я т и е 2 Решение задач на вычисление среднего арифметического и задач на смешение.

Рассмотрите решение следующих задач

Задача на нахождение среднего арифметического.

В одно и то же время дня измеряли температуру воздуха в течение 6 дней и получили следующие данные 16° , 18° , 18° , 21° , 23° , 24° . Определить среднюю температуру воздуха за эти 6 дней

Р е ш е н и е

Так как средним арифметическим нескольких чисел называется частное от деления их суммы на число слагаемых, то решение данной задачи будет таково

$$(16^\circ + 18^\circ + 18^\circ + 21^\circ + 23^\circ + 24^\circ) : 6 = 20^\circ$$

Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 107

Задача на смешение.

Смешаны 3 куб м сосновых, 2 куб м берёзовых и 5 куб м осиновых дров. Сколько стоит кубометр смешанных дров, если кубометр сосновых дров стоит 12 руб, кубометр березовых на 3 руб дороже кубометра сосновых, а кубометр осиновых на 5 руб дешевле кубометра берёзовых дров?

Р е ш е н и е

- 1) Сколько стоит 1 куб м берёзовых дров?

$$12 \text{ руб.} + 3 \text{ руб.} = 15 \text{ руб.}$$

- 2) Сколько стоят 1 куб. м осиновых дров?

$$15 \text{ руб.} - 5 \text{ руб.} = 10 \text{ руб.}$$

- 3) Сколько стоят 3 куб м сосновых дров?

$$12 \text{ руб.} \cdot 3 = 36 \text{ руб.}$$

- 4) Сколько стоят 2 куб. м берёзовых дров?
 $15 \text{ руб} \cdot 2 = 30 \text{ руб}$
- 5) Сколько стоят 5 куб. м осиновых дров?
 $10 \text{ руб} \cdot 5 = 50 \text{ руб}$
- 6) Сколько всего смешано дров?
 $2 \text{ куб м} + 3 \text{ куб м} + 5 \text{ куб м} = 10 \text{ куб м}$
- 7) Сколько стоят все дрова?
 $30 \text{ руб} + 36 \text{ руб} + 50 \text{ руб} = 116 \text{ руб}$
- 8) Сколько стоит 1 куб. м смешанных дров?
 $116 \text{ руб} : 10 = 11 \text{ руб } 60 \text{ коп}$

Вопросы для самопроверки

1) Что называется средним арифметическим двух чисел? трёх чисел?

2) Решите устно следующие задачи

а) Поезд прошёл некоторое расстояние за 3 часа. За первый час он прошел 45 км, за второй час 55 км и за третий час 53 км. Какова средняя скорость поезда за один час?

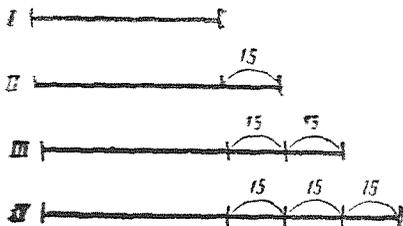
б) Среднее арифметическое двух чисел 35; одно из них равно 40. Чему равно второе число?

З а н я т и е 3 Решение задач на нахождение чисел по а) их сумме и разности, б) их сумме и кратному отношению.

З а м е ч а н и е При решении задач на нахождение чисел по их сумме и разности, по сумме (или разности) и кратному отношению способом замены, а также и задач на движение рекомендуется прибегать к графической иллюстрации условий задачи. Графическая иллюстрация условий задачи способствует нахождению пути решения задачи.

Задача на нахождение чисел по их сумме и разности.

В четырехэтажном студенческом общежитии живут 950 человек, причем на каждом этаже, начиная со второго, живут на 15 человек больше, чем на предыдущем. Сколько человек живет на каждом этаже?



Черт. 1.

Графическая иллюстрация задачи

Из чертежа I видно, что на III этаже на 30 человек больше, чем на I, а на IV на 45 человек больше, чем на I. Отсюда легко наметить план решения задачи.

Решение

1) На сколько человек больше живут на III этаже, чем на I этаже?

$$15 + 15 = 30 \text{ (человек).}$$

2) На сколько человек больше живут на IV этаже, чем на I этаже?

$$30 + 15 = 45 \text{ (человек)}$$

3) Сколько человек жило бы в общежитии, если на каждом этаже жило бы столько, сколько на I этаже?

$$950 - 15 - 30 - 45 = 860 \text{ (человек)}$$

4) Сколько человек живут на I этаже?

$$860 : 4 = 215 \text{ (человек)}$$

5) Сколько человек живут на II этаже?

$$215 + 15 = 230 \text{ (человек)}$$

6) Сколько человек живут на III этаже? на IV этаже?

$$230 + 15 = 245 \text{ (человек), } 245 + 15 = 260 \text{ (человек)}$$

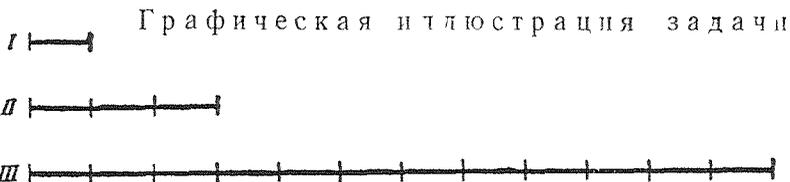
Проверка $215 + 230 + 245 + 260 = 950$ (человек).

При записи решения этой задачи внимательно посмотрите на запись наименований. Если не ставить наименования при компонентах действий, то название при результате ставится в скобках.

Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 113—117

Задача на нахождение чисел по их сумме и кратному отношению.

На трех полках разложено 176 книг так, что на второй полке лежит книг втрое больше, чем на первой, а на третьей вчетверо больше, чем на второй. Сколько книг лежит на каждой полке?



Черт 2

Из чертежа 2 видно, что 176 книг соответствуют 16 условным единицам, где единица — число книг на первой полке. Отсюда легко наметить план решения.

Решение

Примем число книг на первой полке за условную единицу. Тогда на второй полке лежит число книг, равное 3 принятым единицам, а на третьей 12 единицам

1) Скольким принятым единицам соответствует 176 книг?

$$1 \text{ ед} + 3 \text{ ед} + 12 \text{ ед} = 16 \text{ ед}$$

2) Сколько книг соответствует принятой единице, или, конкретнее, сколько книг лежит на первой полке?

$$176 \text{ кн} : 16 = 11 \text{ кн}$$

3) Сколько книг лежит на второй полке?

$$11 \text{ кн} \cdot 3 = 33 \text{ кн}$$

4) Сколько книг лежит на третьей полке?

$$11 \text{ кн} \cdot 12 = 132 \text{ кн.}$$

Проверка $11 \text{ кн} + 33 \text{ кн} + 132 \text{ кн} = 176 \text{ кн}$

Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 118—120.

Решите устно следующие задачи

1. Сумма двух чисел 304, одно больше другого на 50. Найдите эти числа

2. Матери, дочери и бабушке 119 лет. Дочь моложе матери на 28 лет и моложе бабушки на 49 лет. Сколько лет каждой?

3. Сумма двух чисел 360, а частное их 5. Найдите эти числа

4. Разрезать 124 м проволоки на 2 куска так, чтобы в одном куске было в 3 раза больше, чем в другом

Занятие 4 Задачи на движение

Задачи на движение в основном бывают двух видов: задачи на движение в *одном направлении* и задачи на движение в *противоположных направлениях*. Рассмотрим решение этих видов задач

I. Задачи на движение в противоположных направлениях.

Задача № 132 (1)

1) На какое расстояние оба самолета приближались друг к другу за 1 час?

$$2400 \text{ км} + 600 \text{ км} = 3000 \text{ км}$$

2) Какова скорость второго самолёта?

$$3000 \text{ км} - 2400 \text{ км} = 600 \text{ км}$$

Ответ: $v = 600 \text{ км в час}$

Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 128 (2), 129, 130(1), 131, 132(2)

II. Задачи на движение в одном направлении.

Задача № 136(1).

1) На сколько футов приближается собака к кролику за один прыжок?

$$9 - 7 = 2$$

2) Сколько прыжков должна сделать собака, чтобы догнать кролика?

$$150 \cdot 2 = 75$$

Ответ 75 прыжков

Решите из задачника № 133—135, 137, 138, 139, 140

З а н я т и е 5. Задачи на вычисление площадей и объёмов.

Задача 1 Два участка прямоугольный, длина которого 25 м, и квадратный, сторона которого 10 м, имеют равные площади и обнесены изгородью. У какого участка изгородь имеет большую длину?

Решение Длину изгороди квадратного участка легко найти, так как дана его сторона, а чтобы найти изгородь прямоугольного участка, надо знать его стороны, длина участка 25 м, а ширину можно определить, зная его площадь Отсюда и решение

1) $10 \cdot 4 = 40$; 40 м — периметр квадратного участка

2) $10 \cdot 10 = 100$, 100 кв м — площадь каждого участка

3) $100 \cdot 25 = 4$, 4 м — ширина прямоугольного участка

4) $25 + 4 + 25 + 4 = 58$, 58 м — периметр прямоугольного участка

Так как $58 > 40$, то изгородь прямоугольного участка больше изгороди квадратного участка

Задача 2 Определить вес дождевой воды, выпавшей на поле площадью в 10 га, если толщина слоя воды 35 мм и 1 куб м воды весит 1 т

Решение 1) $10 \text{ га} = 100\,000 \text{ кв м} = 100\,000\,000\,000 \text{ кв мм}$ — площадь поля

2) $35 \cdot 100\,000\,000\,000 = 3\,500\,000\,000\,000$ (куб мм) = 3 500 (куб м) — объём воды выпавшей на поле

3) $1 \text{ т} \cdot 3\,500 = 3\,500 \text{ т}$ — вес дождевой воды, выпавшей на поле

Решите устно следующие задачи

1 Во сколько раз 1 га больше, чем 1 а?

2 В комнате длиной 9 м, шириной 5 м нужно сделать паркетный пол из прямоугольных дощечек длиной 3 дм и шириной 1 дм Сколько дощечек пойдёт на пол?

3 Сколько нужно досок длиной 6 м, шириной 3 дм для настила пола в квадратной комнате, сторона которой 12 м?

4. Поле прямоугольной формы имеет в длину 1 км, а в ширину 800 м. Какова его площадь в гектарах?

5. Вырыли пруд прямоугольной формы длиной 25 м, шириной 8 м и глубиной 2 м. Сколько воды вместится в пруд?

6. Площадка имеет в длину 13 м, а в ширину 6 м. Сколько нужно куб м земли, чтобы повысить площадку на 5 дм?

Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 147, 151, 157(2), 152, 153, 154, 156, 158, 159, 161, 162(1)

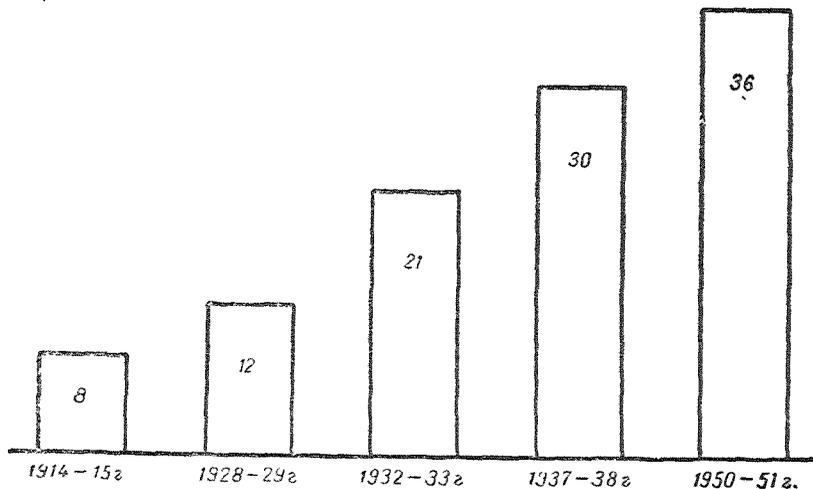
Выполните лабораторную работу № 163

Занятие 6 Построение простейших диаграмм.

Рассмотрим построение прямоугольной диаграммы

Построить прямоугольную диаграмму об охвате населения начальными, семилетними и средними школами в СССР, зная, что в 1914/15 учебном году в школах обучалось 8 млн человек, в 1928/29 — 12 млн, в 1932/33 — 21 млн, в 1937/38 — 30 млн и в 1950/51 — 36 млн человек

Исходя из данных, условимся изображать графически число учащихся прямоугольниками одинаковой ширины, с высотой, соответствующей количеству учащихся по годам. Примем, что прямоугольник с высотой 1 см будет соответствовать 5 млн учащихся



Черт. 3

Задача Построить диаграмму результата соревнования работы нескольких шахт

Шахта № 1 — 10 тыс т угля

Шахта № 2 — 12 тыс т угля

Шахта № 3 — 15 тыс т угля

Шахта № 4 — 18 тыс т угля

Примерная запись контрольной работы.

Примечание Согласно учебному плану заочники должны выполнить приводимые в заданиях контрольные работы Приведем примерную запись контрольной работы

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № . .

$$1. \text{ Вычислить } \frac{(367710 \cdot 35 - 2335242 \cdot 329) \cdot 375}{[(16531 \cdot 343 + 763 \cdot 1099) : 718 - 65] \cdot 71}$$

$1) \begin{array}{r} 367710 \\ \underline{17} \\ 177 \\ \underline{21} \\ 210 \end{array} \quad \left \begin{array}{r} 35 \\ \hline 10506 \end{array} \right.$	$2) \begin{array}{r} 2335242 \\ \underline{2303} \\ 322 \\ \underline{3224} \\ 2961 \\ \underline{2632} \\ 2632 \end{array} \quad \left \begin{array}{r} 329 \\ \hline 7098 \end{array} \right.$	$3) \begin{array}{r} 10506 \\ \underline{7098} \\ 3408 \end{array}$	
$4) \begin{array}{r} \times 3408 \\ \underline{375} \\ 17040 \\ + 23856 \\ \underline{10224} \\ 1278000 \end{array}$	$5) \begin{array}{r} \times 16531 \\ \underline{343} \\ 49593 \\ + 66124 \\ \underline{49593} \\ 5670133 \end{array}$	$6) \begin{array}{r} \times 763 \\ \underline{1099} \\ 6867 \\ + 6867 \\ \underline{763} \\ 838537 \end{array}$	$7) \begin{array}{r} + 5670133 \\ \underline{838537} \\ 6508670 \end{array}$
$8) \begin{array}{r} - 6508670 \\ \underline{6462} \\ 4667 \\ \underline{4308} \\ 3590 \\ \underline{3590} \end{array} \quad \left \begin{array}{r} 718 \\ \hline 9065 \end{array} \right.$	$9) \begin{array}{r} - 9065 \\ \underline{65} \\ 9000 \end{array}$	$10) \begin{array}{r} \times 71 \\ \underline{9000} \\ 639000 \end{array}$	$11) \begin{array}{r} 1278000 \\ \underline{1278} \\ 1278000 \end{array} \quad \left \begin{array}{r} 639000 \\ \hline 2 \end{array} \right.$

Ответ 2

2 Задача В одной печи можно обжечь 3900 кирпичей за 6 дней, а в другой — за 5 дней Во сколько дней можно в обеих печах обжечь 14 300 кирпичей?

Решение

1) Сколько кирпичей можно обжечь в 1-й печи за 1 день?

$$3900 \text{ кирп} : 6 = 650 \text{ кирп}$$

2) Сколько кирпичей можно обжечь во 2-й печи за 1 день?

$$3900 \text{ кирп} : 5 = 780 \text{ кирп}$$

3) Сколько кирпичей можно обжечь в 1-й и 2-й печах вместе за один день?

$$650 \text{ кирп} + 780 \text{ кирп} = 1430 \text{ кирп}$$

4) Во сколько дней можно в обеих печах обжечь 14 300 кирпичей?

$$14\,300 \text{ кирп} : 1430 \text{ кирп} = 10 \text{ (дней)}$$

Проверка 1) 1-я печь за 10 дней даст $650 \text{ кирп} \cdot 10 = 6500 \text{ кирп}$

2) 2-я печь за 10 дней даст $780 \text{ кирп} \cdot 10 = 7800 \text{ кирп}$

3) 1-я и 2-я печи за 10 дней дадут $6500 \text{ кирп} + 7800 \text{ кирп} = 14300 \text{ кирп}$

Ответ за 10 дней.

3 Задача В одной средней школе в младших классах было 210 учеников, а в старших 350 учеников В другой средней школе в младших классах было на 80 учеников больше, а в старших на 50 учеников меньше, чем в первой В какой школе было больше учащихся и на сколько? (Решить двумя способами)

Решение

1-й способ

1) Сколько учеников учится в первой школе?

$$210 + 350 = 560 \text{ (учен.)}$$

2) Сколько учеников учится в младших классах второй школы?

$$210 + 80 = 290 \text{ (учен.)}$$

3) Сколько учеников учится в старших классах второй школы?

$$350 - 50 = 300 \text{ (учен.)}$$

4) Сколько учеников учится во второй школе?

$$290 + 300 = 590 \text{ (учен.)}$$

5) На сколько учеников больше учится во второй школе, чем в первой?

$$590 - 560 = 30 \text{ (учен.)}$$

Ответ. во второй школе на 30 учеников больше, чем в первой

2-й способ С учётом изменения результата действий задача решается в один вопрос. $80 - 50 = 30$ (учен.), так как если одно слагаемое (число учеников в младших классах) увеличить на 80 единиц, а другое (число учеников в старших классах) уменьшить на 50 единиц, то сумма увеличится на 30 единиц.

4. Задача. Подвал имеет длину 10 м, ширину 9 м и глубину 3 м. Сколько тонн овощей можно заложить в подвал, если считать, что каждые 9 кубометров овощей весят 15 т и

подвал будет заполнен не доверху, а на 1 м ниже его по толка?

Решение

1) На какую глубину будет заполнен подвал овощами?

$$3 - 1 = 2 \text{ (м).}$$

2) Какой объём занимают овощи?

$$10 \cdot 9 \cdot 2 = 180 \text{ (куб. м)}$$

3) Сколько тонн овощей можно заложить в подвал?

$$(180 : 9) \cdot 15 = 300 \text{ (т)}$$

Ответ. 300 т овощей

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1.

1. Выполнить указанные действия:

$$(31\,440 + 1\,040 : [150 - 2\,400 : (67 + 53)]) \cdot 20 : 395 \cdot 1001$$

2. После выполнения действий на доске были стёрты некоторые цифры, вследствие чего осталась следующая запись:

а) $\begin{array}{r} 374? \\ + 16?8 \\ \hline 4?20 \\ \hline ??143 \end{array}$	б) $\begin{array}{r} ?27? \\ - 1?89 \\ \hline 31?7 \end{array}$	в) $\begin{array}{r} \times 1?8 \\ 2? \\ \hline ?40 \\ 25? \\ \hline ?2?? \end{array}$
---	---	--

Восстановить стёртые цифры

3 На двух баржах привезли 12 000 арбузов. Когда с первой баржи выгрузили 3 560 арбузов, а со второй 2 500, то на первой барже осталось в 3 раза меньше арбузов, чем на второй. Сколько арбузов привезли на каждой барже?

4 В доме живут три семьи. Первая семья для освещения квартиры имеет 3 электрических лампочки, вторая семья — 4, третья — 5 ламп. Сколько должна заплатить каждая семья за электроэнергию, если лампы были одинаковой мощности, а общий счёт оплаты электроэнергии составил 48 руб?

5 В павильоне механизации и электрификации сельского хозяйства Всесоюзной сельскохозяйственной выставки демонстрируется 740 натуральных экспонатов. Число экспонатов различных конструкций тракторов, автомобилей и комбайнов больше десятой части числа всех экспонатов павильона на 6. Число тракторов на 16 больше числа автомобилей и комбайнов вместе и на 23 больше числа автомобилей. Сколько тракторов, автомобилей и комбайнов в отдельности экспонируется в павильоне механизации и электрификации?

6. От Москвы до Курска 537 км. Из Москвы в Курск вышел поезд со скоростью 60 км в час, и через 6 часов, в 20 час

55 мин, он встретил на промежуточной станции пришедший в это же время поезд, который вышел из Курска в Москву в 17 час 55 мин. Сколько километров в час делал второй поезд?

7. Один огород имеет форму квадрата, сторона которого 100 м. Другой огород имеет форму прямоугольника, длина его 250 м, ширина 40 м. Каждый огород обнесён забором. У какого огорода забор получился длиннее и на сколько? Сравните площади этих огородов.

8. Сколько кирпичей размером $25\text{ см} \times 12\text{ см} \times 65\text{ мм}$ надо для того, чтобы сложить стену длиной 50 м, толщиной в 6 дм, высотой в 13 дм? (Швы в расчёт не принимать.)

ЗАЧЕТНАЯ РАБОТА № 1

1. Объяснить, почему наша система счисления называется десятичной.

2. Пояснить правила записи числа римскими цифрами.

3. Сформулировать правило округления чисел и пояснить на примерах.

4. Сформулировать законы сложения и пояснить их на примерах.

5. Сформулировать свойства сложения и вычитания и пояснить их на примерах.

6. Сформулировать законы умножения и пояснить их на примерах.

7. Записать все законы действий при помощи букв.

8. Всегда ли выполнимо сложение? вычитание? умножение? деление?

9. Описать принятый порядок действий в арифметике.

10. Умножение 62 на 15 можно выполнить одним из следующих приёмов

$$\text{а) } 62 \cdot 15 = 62 \cdot 10 + 62 \cdot 5;$$

$$\text{б) } 62 \cdot 15 = (62 \cdot 5) \cdot 3,$$

$$\text{в) } 62 \cdot 15 = (62 \cdot 2) \cdot (15 \cdot 2)$$

Дайте теоретическое обоснование этих приёмов.

11. Выполнить указанные действия

$$\frac{2800 + 111 \cdot 101 - 5454 : (14800 - 202 \cdot 73)}{334 + 35 \cdot 202 - 6868 : (1557 - 44 \cdot 35)}$$

12. После выполнения действий на доске были стёрты некоторые цифры, вследствие чего осталась следующая запись:

$$\begin{array}{r} \text{а) } 45?9 \\ + 324? \\ \hline 4?00 \\ \hline ??125 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } 457? \\ - ??83 \\ \hline 10?6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в) } \times 4?7 \\ \quad 3? \\ \hline 1?08 \\ \quad ?28? \end{array}$$

Восстановить стёртые цифры

$$1?5??$$

13. В 1953 г. в одном колхозе было занято под хлопком 670 га и с каждого гектара собрано по 32 ц 60 кг. К 1958 г колхоз решил увеличить площадь хлопчатника на 550 га, а урожайность с гектара повысить на 18 ц. На сколько больше предполагается собрать хлопка в 1958 г, чем в 1953 г?

14. Внеся усовершенствования в станок, на котором он работал, рабочий сделал за смену на 1164 гайки, или в 4 раза больше, чем он делал за смену раньше. Сколько гаек делал рабочий за смену раньше и сколько он делает после усовершенствования станка?

15. Всесоюзная сельскохозяйственная выставка имеет четыре раздела: центр выставки, раздел растениеводства, раздел животноводства и раздел механизации и электрификации сельского хозяйства. Каждый раздел выставки имеет павильоны, в которых демонстрируются экспонаты. Всего в этих разделах — 75 павильонов, не считая торговых павильонов. Центр выставки и раздел механизации и электрификации сельского хозяйства вместе имеют на 5 павильонов меньше, чем два других раздела. Раздел животноводства имеет на 8 павильонов больше, чем раздел растениеводства и на 11 павильонов больше, чем центр выставки. Сколько павильонов в каждом разделе?

16. От двух пристаней навстречу друг другу вышли два парохода. Второй пароход был в пути на 7 часов меньше первого, но проходил на 3 км в час больше первого. Встреча произошла через 3 часа после выхода второго парохода, делавшего 24 км в час. Каково расстояние между пристанями?

17. Сколько грузовиков снега надо вывезти, чтобы очистить площадь размером 75 дм × 90 дм при глубине снега в 5 дм, если на грузовик класть по 4 куб м снега?

18. Сарай, имеющий прямоугольную форму, заполнен до ската крыши сеном. Сколько сена в сарае, если длина сарая 30 м, ширина в 5 раз меньше, а высота (до ската) 3 м² (1 куб м свежестоженого сена весит 60 кг).

ЗАДАНИЕ III.

ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ.

(30 часов самостоятельной работы)

Занятие 1. Признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 8, 9 и 25.

1. Как метеорологам необходимо предсказывать погоду, как врачам надо предвидеть ход болезни больного, так и изучающий математику должен, не производя действия деления, предсказывать, будет ли делиться данное число на другое.

Признаком делимости называется предложение, в котором указывается, как можно предсказывать делимость одного числа на другое, не выполняя самого действия этих чисел.

2 Прочтите по учебнику Киселева § 81, 82

В целях лучшего уяснения свойств делимости суммы и разности рассмотрите следующие примеры на эти свойства:

Делимость слагаемых	Примеры	Делимость суммы
Каждое слагаемое делится на 3 без остатка	$9 + 27 + 33 = 69$	Сумма делится на 3 без остатка
Одно из слагаемых не делится на 3 без остатка	$9 + 27 + 32 = 68$	Сумма не делится на 3 без остатка
Уменьшаемое и вычитаемое делятся на 3 без остатка	$39 - 18 = 21$	Разность делится на 3 без остатка
Слагаемые не делятся на 3 без остатка	$7 + 5 = 12$	Сумма делится на 3 без остатка
Слагаемые не делятся на 3 без остатка	$14 + 5 = 19$	Сумма не делится на 3 без остатка

Из рассмотрения последних двух примеров следует вывод:

Если ни одно слагаемое не делится на данное число, то сумма иногда делится, а иногда не делится на то же число

Придумайте на каждый случай свойства делимости суммы и разности на 5 по одному примеру

3 Прочтите по учебнику Киселева § 83—87

Решите из задачника Пономарева и Сырнева задачи № 164—170 (устно), 171, 173, 174, 176, 177(1), 178(1—6).

В упражнении 503 и других требуется определить числа, которые делятся на так называемые составные числа

В § 87 указаны признаки делимости на 6, 12 и 15. Аналогично обоснованию признаков делимости на 6, 12 и 15 можно вывести признаки делимости на 18, 20, 36 и на другие составные числа, а именно

1) на 18 делятся все те и только те числа, которые делятся и на 2 и на 9,

2) на 20 делятся все те и только те числа, которые делятся и на 4 и на 5;

3) на 36 делятся все те и только те числа, которые делятся и на 4 и на 9.

Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 177 (2), 178(4—6), 180, 181.

Вопросы для самопроверки.

- 1 Какие числа называются кратными по отношению к другим?
- 2 Сформулируйте свойства суммы и разности (их делимость).
- 3 Сформулируйте признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 25.
- 4 Где и для чего применяются признаки делимости чисел?
- 5 Если какое-либо слагаемое из двух слагаемых не делится на данное число, то можно ли утверждать, что и сумма их не делится на это число?

З а н я т и е 2 Простые и составные числа. Разложение чисел на простые множители.

1 Прочтите по учебнику Киселева § 90

Обратите внимание, что единица не считается ни простым ни составным числом, так как она имеет только один делитель. Простые же числа имеют два делителя, составные — три и более.

Пользуясь таблицей простых чисел, помещённой в учебнике Киселёва на стр. 167, определить, являются ли следующие числа простыми: 383, 1097, 1099, 2143, 2167, 4373, 4521, 5639.

2 Прочтите по учебнику § 91—93. Изложенное в § 93 мелким шрифтом не читать.

В § 91 указана запись разложения на множители при помощи вертикальной черты, этой записью следует пользоваться только в тех случаях, когда промежуточное разложение на составные множители затруднительно.

Приведём примеры. Разложение чисел, оканчивающихся нулями, полезно производить по следующей схеме

$$35\,000 = 35 \cdot 1000 = 5 \cdot 7 \cdot 2^3 \cdot 5^3 = 2^3 \cdot 5^4 \cdot 7.$$

При разложении больших чисел желательно пользоваться таблицей простых чисел.

В § 93 говорится, что составное число разлагается только в один ряд простых множителей. Приведём пример, поясняющий это утверждение. Составное число можно иногда представить в виде произведения разными способами. Например $360 = 90 \cdot 4$, или $360 = 60 \cdot 6$, или $360 = 15 \cdot 24$, и т. д. Но разложение каждого составного числа на произведение простых множителей возможно только одним способом и в нашем примере $360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$.

3 Составьте таблицу простых чисел до 100. Для этого напишите все числа до 100 в виде таблицы из 10 строчек по десяти чисел в каждой строчке. Тогда в первом столбце будут все числа, оканчивающиеся единицей, во втором — двумя и т. д., а в последнем все числа, оканчивающиеся нулем.

Зачеркните в этой таблице единицу, которая не входит в число простых чисел, затем, оставив в таблице число 2, зачеркните все числа, кратные двум; далее оставьте число 3 и зачеркните числа, кратные трем. Так поступайте до тех пор, пока в таблице не останутся только простые числа. Перепишите таблицу снова, оставив пустые места, где находились зачеркнутые числа.

Пользуясь составленной таблицей простых чисел до 100, ответьте на следующие вопросы:

1. Сколько всего простых чисел до 100?
 2. Сколько простых чисел в первом, втором и т. д. десятках?
 3. На какие цифры могут оканчиваться простые числа больше 10?
 4. Почему в любом десятке не может быть больше четырёх простых чисел?
 5. Выпишите все пары простых чисел, которые отличаются друг от друга не больше, чем двумя единицами. (Такие пары чисел называются близнецами.)
- Прочтите по учебнику § 95 и 96.
Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 182—187.

Вопросы для самопроверки

1. Какие числа называются простыми числами?
2. Какие числа называются составными числами?
3. Какое число натурального ряда не причисляется ни к простым, ни к составным числам?
4. Что значит разложить число на простые множители?
5. Какие два делителя имеются обязательно у каждого числа?
6. Как найти делители данного числа?

З а н я т и е 3 Наибольший общий делитель нескольких чисел.

1. Прочитайте по учебнику Киселёва § 95, 96, 97—100. Надо чётко различать общий делитель данных чисел от их наибольшего общего делителя.

Общим делителем данных натуральных чисел называется натуральное число, на которое делится каждое из данных чисел.

П р и м е р

Найти общие делители чисел 36, 40 и 48

Р е ш е н и е

Делителями 36 являются 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

Делителями 40 являются 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

Делителями 48 являются 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24
Общие делители 36, 40 и 48 будут 1, 2, 4

Наибольший же общий делитель числа 36, 40 и 48 с
число 4

В § 98 и 99 указываются два способа нахождения наи-
шего общего делителя. Однако, из этих двух способов с
удобным является способ нахождения наибольшего общего
делителя посредством разложения на простые множители (§

Рассмотрите решение следующих упражнений:

Задача № 194 (2). Если произведение двух чисел —
ло нечетное, то сумма этих чисел — число четное. При-
меры и дать объяснение

Решение Возьмем несколько примеров

1) $5 \cdot 7 = 35$, а $5 + 7 = 12$, 2) $11 \cdot 13 = 123$, а $11 + 13 =$

Мы видим, что только произведение двух нечетных ч
дает нечетное число, так как если хотя один сомножи
будет четным числом, то и произведение будет четным чис
Сумма же двух нечетных чисел будет четным числом

2 Задача 1600 одинаковых шурупов весят 400 г. С
ко будет весить 1800 таких же шурупов?

Решение Обычное решение задачи — найти вес од
шурупа, а затем вес 1800 шурупов — здесь нельзя приме
так как 400 не делится на 1600. Поэтому эту задачу над
жить при помощи наибольшего общего делителя чисел
и 1800

1) Найдем НОД (1600, 1800), $1600 = 2^6 \cdot 5^2$, а
 $1800 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$ НОД (1600, 1800) = $2^3 \cdot 5^2 = 8 \cdot 25 = 200$

2) Так как $1600 = 200 \cdot 8$, то мы легко найдем вес 200
рупов, для этого $400 : 8 = 50$ (г) Вес 200 шурупов 50 г

3) Найдем вес 1800 шурупов. Так как $1800 : 200 = 9$, т
1800 шурупов будет равен $50 \cdot 9 = 450$ (г)

Ответ 450

3 Задача Начертить план земельного участка, имею
форму прямоугольника длиной 175 м и шириной 105 м, пр
1 см на плане равным такому целому числу метров, ч
чертеж занимал возможно меньше места. Во сколько раз м
уменьшить на плане размеры участка?

Решение

Чтобы узнать степень уменьшения действительных разм
участка при вычерчивании плана, надо найти наиболь
общий делитель чисел 17500 и 10500

$17500 = 35 \cdot 5 \cdot 100$ и $10500 = 35 \cdot 3 \cdot 100$

(17500, 10500) = 3500 Следовательно, при вычерчив
плана размеры прямоугольника можно уменьшить в 3500

4 Решите из задачника Пономарева и Сырнева №
189 (1), 194 (1), 195 (1)

Вопросы для самопроверки.

1 Какое число называется наибольшим общим делителем нескольких данных чисел?

2 Если одно из двух данных чисел делится на другое, то какое из них будет являться их наибольшим общим делителем?

3 Как найти наибольший общий делитель нескольких чисел способом разложения их на простые множители?

4 Как найти наибольший общий делитель трех данных чисел способом последовательного деления?

З а н я т и е 4 Нахождение наименьшего общего кратного.

1 Прочтите по учебнику Киселева § 101—105

Общим кратным данных чисел называется натуральное число, которое делится на каждое из данных чисел

Пример Найти общие кратные чисел 40 и 50

Общими кратными чисел 40 и 50 будут 200, 400, 600, 800, 1000, 1200 и т. д.

Общих кратных чисел 40 и 50 будет бесконечное множество. Самое меньшее кратное чисел 50 и 40 называется их наименьшим общим кратным. Остальные кратные этих чисел получают от умножения наименьшего общего кратного на любое натуральное число.

Существуют два основных способа нахождения наименьшего общего кратного: 1) посредством разложения на простые множители (§ 102) и 2) посредством нахождения наибольшего общего делителя. Наиболее простой, а следовательно и наиболее используемый способ нахождения наименьшего общего кратного — посредством нахождения наибольшего общего делителя.

Рассмотрите решение следующих упражнений

Задача 1 Малая шестерня велосипеда имеет 8 зубцов, а большая 18 зубцов. Какое наименьшее число оборотов должна сделать педаль, чтобы заднее колесо и большая шестерня вернулись в свое первоначальное положение?

Решение Искомое наименьшее число оборотов будет наименьшим общим кратным чисел 18 и 8

$$18 = 3^2 \cdot 2 \text{ и } 8 = 2^3, \text{ НОК } (18, 8) = 3^2 \cdot 2^3 = 72$$

Ответ 72 оборота.

Задача 2 Тетрадь стоит 15 копеек. У покупателя имеется 10 монет по 20 копеек, а у продавца нет сдачи. Сколько можно купить тетрадей без сдачи?

Каково наименьшее и наибольшее число тетрадей, которые можно купить без сдачи на эти деньги?

Решение У покупателя имеется 200 копеек. Найдём наименьшее число, которое будет одновременно делиться на 15 и на 20, т. е. НОК (15, 20)

$$15 = 3 \cdot 5 \text{ и } 20 = 2^2 \cdot 5, \text{ НОК } (15, 20) = 2^2 \cdot 5 \cdot 3 = 60.$$

Найдём общие кратные чисел 15 и 20, из которых каждое не больше 200. Эти числа 120 и 180.

Следовательно, покупатель может купить без сдачи 4 тетради (60 15), 8 тетрадей (120 15) и 12 тетрадей (180 15).

Наименьшее — 4 тетради и наибольшее — 12 тетрадей.

2. Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 190—193 198 и 199.

Вопросы для самопроверки.

1. Какие числа называются кратными данного числа?
2. Какое число будет наименьшим кратным данного числа?
3. Какое число называется наименьшим общим кратным нескольких данных чисел?
4. Сформулируйте особые случаи нахождения наименьшего общего кратного.
5. Как найти наименьшее общее кратное данных чисел способом разложения на множители?
6. Решите задачи:
 - а) Найти наибольший общий делитель чисел 420, 450 и 588.
 - б) Найти наименьшее общее кратное чисел 182, 91 и 130.
 - в) Одно колесо телеги имеет в окружности 210 см, а другое 330 см. Определить наименьшее расстояние, которое должна проехать телега, если оба колеса сделали целое число оборотов.

ЗАДАНИЕ IV.

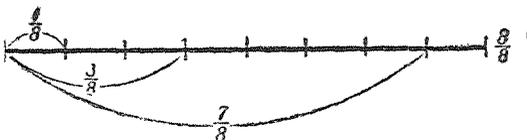
ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ.

(90 часов самостоятельной работы)

З а н я т и е 1. Основные понятия.

1. Прочтите по учебнику Киселева § 115—120. В дополнение к сказанному в учебнике Киселева (§ 120) о равенстве и неравенстве дробных чисел, рассмотрите приводимые иллюстрации на сравнение величин дробей.

а) Сравнение дробей с одинаковыми знаменателями (черт. 4)



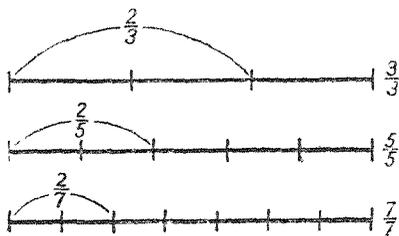
Черт. 4

$$\frac{1}{8} < \frac{3}{8} < \frac{7}{8},$$

или можно
записать так

$$\frac{7}{8} > \frac{3}{8} > \frac{1}{8}.$$

Вывод Из дробей, имеющих одинаковые знаменатели та дробь больше, у которой числитель больше



Черт 5

б) Сравнение дробей с одинаковыми числителями (черт. 5)

$$\frac{2}{3} > \frac{2}{5} > \frac{2}{7},$$

или

$$\frac{2}{7} < \frac{2}{5} < \frac{2}{3}$$

Вывод Из дробей, имеющих одинаковые числители, та дробь больше, у которой знаменатель меньше

З а м е ч а н и е Запомните, что нельзя записывать дробь так $\frac{3}{5}$

Правильная запись дроби $\frac{3}{5}$.

2 Решите из задачника Пономарёва и Сырнева устно № 201, 213, письменно № 214—221

У к а з а н и е При решении задачи № 219 (1), рассматривая приводимый рисунок, вы видите, что если до осушения вся пахотная земля колхоза составляла 8 долей, то после осушения пахотная земля будет состоять уже из 9 долей

Аналогичное рассуждение и к задаче № 219 (2).

3 Прочтите по учебнику Киселева § 121—124.

4 Решите из задачника Пономарёва и Сырнева устно № 222, 223, 229, 231, 235—239, 244, 245, 247; письменно № 124, 128, 230, 232, 234, 240—243, 248, 249

Вопросы для самопроверки

1. Причины появления дробных чисел
2. Что показывает знаменатель дроби? Числитель дроби?
3. Как назвать дробь меньшую, чем 1? равную 1? большую, чем 1?
4. Какая дробь из двух дробей, имеющих равные числители, больше?
5. Какая дробь из двух дробей, имеющих равные знаменатели, больше?
6. Как обратить смешанное число в неправильную дробь?

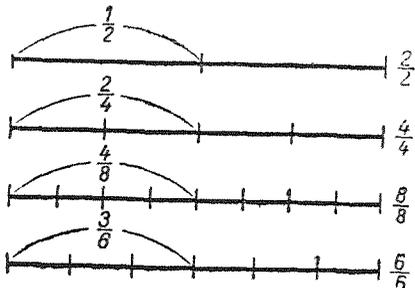
З а н я т и е 2 Изменение величины дроби с изменением её членов. Сокращение дроби.

1 Прочтите по учебнику Киселёва § 125, 126, 127.

Дополнительно к § 125 рассмотрите и уясните на чертеже 6 основное свойство дроби

Из рассмотрения чертежа следует, что

$$а) \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{3}{6}, \quad \text{г е } \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4}, \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8}$$



Черт 6

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}.$$

$$б) \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \quad \text{г е } \frac{2}{4} = \frac{2 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{4}{8}.$$

$$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \text{г е } \frac{4}{8} = \frac{4 \cdot 4}{8 \cdot 4} = \frac{16}{32}.$$

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad \text{г е } \frac{3}{6} = \frac{3 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{9}{18}.$$

2 Решите из задачника

Пономарева и Сырнева устно

№ 250—252, 259—261, 269—

271, письменно 253—255, 256—258, 263—266, 269, 272 и 273

3 Прочтите по учебнику Киселева § 129, 130

В § 130 описаны два способа сокращения. Первый способ (последовательное сокращение) прост по мысли, но более громоздок, чем второй способ (полное сокращение). Как тот, так и другой способы необходимо применять при сокращении дробей.

4 Решите из задачника Пономарева и Сырнева устно № 274, 279, письменно № 275—278, 280—284

Вопросы для самопроверки.

1 Сформулируйте основное свойство дроби.

2. Что делается с дробью, если, оставляя неизменным её знаменатель, числитель увеличим в 2 раза? в 5 раз? в 200 раз? в k раз?

3. Что делается с дробью, если при неизменном числителе знаменатель увеличим в 3 раза? в 5 раз? в k раз?

4. Что делается с дробью, если числитель и знаменатели уменьшим в одно и то же число раз?

5. Что значит сократить дробь? На каком свойстве дроби основано её сокращение?

6. Какая дробь не может быть сокращена?

7. Какими способами можно сократить дробь?

Занятие 3 Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю.

1 Повторите по учебнику Киселева § 101, 103

2 Прочтите по учебнику Киселева § 132, 133

Рассмотрите образцы решения примеров

1) Представить $\frac{5}{6}$ в виде дроби со знаменателями 12, 48.

Решение. $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}$, $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 8}{6 \cdot 8} = \frac{40}{48}$.

2) № 294 (2) Расположить дроби $\frac{9}{20}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{13}{24}$ и $\frac{2}{3}$ в порядке убывания их величины

Решение Чтобы сравнить дроби с разными знаменателями, надо привести эти дроби к наименьшему общему знаменателю, а затем сравнить их числители

НОК (20, 8, 24 и 3) = 120

$$\frac{9}{20} = \frac{9 \cdot 6}{20 \cdot 6} = \frac{54}{120}, \quad \frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 15}{8 \cdot 15} = \frac{75}{120}$$

$$\frac{13}{24} = \frac{13 \cdot 5}{24 \cdot 5} = \frac{65}{120}, \quad \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 40}{3 \cdot 40} = \frac{80}{120}$$

Сравнивая числители дробей с одинаковыми знаменателями, получим, что

$$\frac{54}{120} < \frac{65}{120} < \frac{75}{120} < \frac{80}{120}; \text{ т е } \frac{9}{20} < \frac{13}{24} < \frac{5}{8} < \frac{2}{3}.$$

3) Привести дроби $\frac{3}{40}$, $\frac{7}{55}$ и $\frac{9}{88}$ к наименьшему общему знаменателю

Запись решения

$$\begin{array}{l} 40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \\ 55 = 5 \cdot 11 \\ 88 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \end{array} \quad \left| \quad 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11 = 440\right.$$

НОК знаменателей данных дробей 440 ●

$$\frac{3}{40} = \frac{3 \cdot 11}{40 \cdot 11} = \frac{33}{440}; \quad \frac{9}{88} = \frac{9 \cdot 5}{88 \cdot 5} = \frac{45}{440}, \quad \frac{7}{55} = \frac{7 \cdot 8}{55 \cdot 8} = \frac{56}{440}.$$

3 Решите из задачника Пономарева и Сырнева устно № 285, 286, письменно № 287, 288 (3, 4), 290, 292, 293 294 (1).

Вопросы для самопроверки.

1 Объясните, почему фразу «нахождение наименьшего общего знаменателя» можно заменить фразой «нахождение наименьшего общего кратного знаменателей данных дробей»

2 На каком свойстве дроби основано приведение дробей к наименьшему общему знаменателю?

3 Чему равен наименьший общий знаменатель, если знаменатели данных дробей — взаимно простые числа? если один из знаменателей данных дробей есть кратное число других знаменателей?

З а н я т и е 4 Сложение дробей.

1 Прочтите по учебнику Киселёва § 134, 135

Рассмотрите образцы решения примеров на сложение дробей

$$\text{Сложить } 25 \frac{11}{25} + 17 \frac{13}{15} + 10 = 52 \frac{33+65}{75} = 52 \frac{98}{75} = 53 \frac{23}{75}.$$

Сложить следующие числа, применяя наиболее удобные приемы вычислений $2 \frac{3}{13} + 1 \frac{5}{26} + 10 \frac{1}{4} + 11 \frac{29}{52} + 2 \frac{10}{13} =$

$$= \left(2 \frac{3}{13} + 2 \frac{10}{13} \right) + \left(1 \frac{5}{26} + 11 \frac{29}{52} \right) + 10 \frac{1}{4} = 5 + 12 \frac{39}{52} + 10 \frac{1}{4} =$$

$$= 5 + \left(12 \frac{3}{4} + 10 \frac{1}{4} \right) = 5 + 23 = 28$$

2 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 299, 301, 304, 304 (1, 3, 5), 305, 309, 313, 315, 317, 319, 321, 323, 324

Вопросы для самопроверки

1 Как складываются дроби с одинаковыми знаменателями? с разными знаменателями?

2 Какими свойствами обладает сумма дробных чисел?

3 Что сделается с суммой двух слагаемых, если первое слагаемое увеличим на $1\frac{2}{3}$, а второе слагаемое увеличим на $2\frac{1}{9}$?

4 К $2\frac{3}{5}$ прибавили некоторое число и получили $2\frac{3}{5}$. Какое число прибавили?

З а н я т и е 5 Вычитание дробей.

1. Прочтите по учебнику Киселева § 136.

Приводим образцы решения примеров на вычитание дробей

1) Выполнить вычитание и сделать проверку вычитанием

$$90 \frac{23}{60} - 48 \frac{11}{12} = 42 \frac{23-55}{60} = 41 \frac{28}{60} = 41 \frac{7}{15}.$$

$$\text{Проверка } 90 \frac{23}{60} - 41 \frac{28}{60} = 49 \frac{23-28}{60} = 48 \frac{55}{60} = 48 \frac{11}{12}.$$

2) № 337 (3). Вычислить двумя способами:

$$12 \frac{4}{5} - \left(3 \frac{1}{5} + 4 \frac{3}{10} \right).$$

$$\text{1-й способ } 12 \frac{4}{5} - 7 \frac{2+3}{10} = 12 \frac{4}{5} - 7 \frac{5}{10} = 5 \frac{8-5}{10} = 5 \frac{3}{10}$$

$$\begin{aligned} \text{2-й способ} \quad 12 \frac{4}{5} - 3 \frac{1}{5} - 4 \frac{3}{10} &= 9 \frac{3}{5} - 4 \frac{3}{10} = \\ &= 5 \frac{6-3}{10} = 5 \frac{3}{10} \end{aligned}$$

3) № 345 (2) Найти число, которое на $2 \frac{33}{56}$ меньше $2 \frac{25}{42}$

Решение Переведём словесную формулировку задачи на язык чисел и знаков. Примем неизвестное число за x , тогда

$$x + 2 \frac{33}{56} = 2 \frac{25}{42} \quad \text{Отсюда} \quad x = 2 \frac{25}{42} - 2 \frac{33}{56} = \frac{100-99}{168} = \frac{1}{168}$$

$$x = \frac{1}{168}$$

2 Решите из задачника Пономарева и Сырнева устно № 327, 328, 329, письменно № 330, 331, 333 (1, 3), 334 (1, 3) 335, 336, 337 (1), 338 (1—4), 339, 340, 342 (1), 344, 347, 348.

Вопросы для самопроверки

- 1 Как вычесть смешанное число из смешанного?
- 2 Всегда ли возможно вычитание дробных чисел?
- 3 Как вычесть дробь из целого числа?
- 4 Можно ли принимать за общий знаменатель для нескольких дробей произведение всех их знаменателей? Если это возможно, то почему при сложении и вычитании не пользуются этим приемом? При каких условиях во время выполнения сложения и вычитания пользуются этим приемом?

Занятие 6 Сложение и вычитание дробей.

1 Рассмотрите решение следующих примеров

1) Задача № 352 (4). Записать со скобками и вычислить из суммы чисел $28 \frac{3}{4}$ и $26 \frac{3}{5}$ вычесть разность чисел $28 \frac{5}{8}$ и $20 \frac{7}{10}$.

$$\begin{aligned} \text{Решение} \quad \left(28 \frac{3}{4} + 26 \frac{3}{5}\right) - \left(28 \frac{5}{8} - 20 \frac{7}{10}\right) &= 54 \frac{15+12}{20} - \\ - 8 \frac{25-28}{40} &= 48 \frac{14-37}{40} = 47 \frac{17}{40} \end{aligned}$$

2) Задача № 354 (5) Нанти x , если $6 \frac{11}{24} - x = 5 \frac{5}{18}$.

$$\text{Решение} \quad x = 6 \frac{11}{24} - 5 \frac{5}{18} = 1 \frac{33-20}{72} = 1 \frac{13}{72}$$

$$\text{Ответ} \quad x = 1 \frac{13}{72}$$

3) При решении задач № 363 (1, 2) внимательно рассмотрите рисунок движения пароходов и непременно уясните решение задач, так как в дальнейшем задачи такого вида будут иногда встречаться.

2. Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 350, 351 (2, 3, 4), 352 (1—3), 353, 354, 356, 357, 358, 359, 361, 363, 365

З а н я т и е 7 Умножение дробей. Умножение дроби на целое число. Нахождение дроби числа.

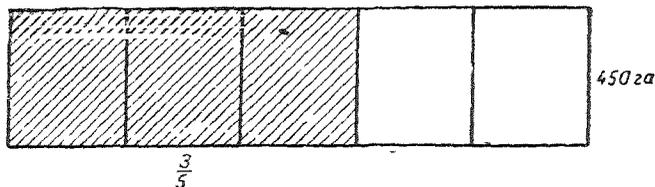
1. Прочтите по учебнику Киселёва § 137

Рассмотрите решение следующей задачи, поясняющей правило нахождения дроби данного числа.

З а д а ч а. Колхоз наметил засеять пшеницей 450 га земли. Осенью он засеял $\frac{3}{5}$ этой площади. Сколько гектаров земли было засеяно пшеницей осенью?

Р е ш е н и е

Для решения этой задачи надо отчётливо представить, что выражает дробь $\frac{3}{5}$. Разделив площадь земли, отведенной под посев пшеницы, на 5 равных частей, получим, что $\frac{1}{5}$ всего поля составляет 90 га, а затем возьмем 3 таких доли (части), т. е. умножим 90 га на 3.



Черт 7

Следовательно, для решения задачи надо ответить на два вопроса:

1) Какова площадь $\frac{1}{5}$ всего поля?

$$450 \text{ га} : 5 = 90 \text{ га.}$$

2) Какова площадь $\frac{3}{5}$ всего поля?

$$90 \text{ га} \times 3 = 270 \text{ га}$$

Краткую письменную запись проведённого рассуждения запишем так

$$450 \cdot \frac{3}{5} = \frac{450 \cdot 3}{5} = 270 \text{ (за)}$$

Поясните на приводимой иллюстрации изложенное рассуждение (черт 7)

2 Прочтите по учебнику § 143 (только правила 1 и 2), 144

Решите из задачника Пономарева и Сырнева устно № 367 368, 370—373, письменно № 374, 375, 377, 378, 380, 381.

Вопросы для самопроверки

1 Скажите правило умножения дроби на целое число. Объясните, как оно получено.

2 Скажите правило умножения целого числа на дробь. Объясните, как оно получено.

3 Составьте задачу, для решения которой надо умножить целое число на дробь.

З а н я т и е 8 Умножение дроби и смешанного числа на дробь **Понятие о проценте. Нахождение процентов числа.**

1 Прочтите по учебнику Киселева § 140, 141, 142, 143 (3, 4), 144—147.

Внимательно прочтите замечание к правилу 3 § 143

Напечатанное мелким шрифтом в конце § 147 можно не читать

Умножение смешанного числа на натуральное число можно выполнять двумя способами

1) Либо отдельно умножить целое число и отдельно правильную дробь, а затем сложить результаты, или 2) обратить смешанное число в неправильную дробь, т. е. так, как указано в § 143 (4). Приведем пример

$$\text{1-й способ } 163\frac{3}{8} \cdot 16 = 163 \cdot 16 + \frac{3}{8} \cdot 16 = 2608 + 6 = 2614$$

$$\text{2-й способ } 163\frac{3}{8} \cdot 16 = \frac{1307}{8} \cdot 16 = \frac{1307 \cdot 16}{8} = 1307 \cdot 2 = 2614$$

Умножение смешанного числа на натуральное число надо производить первым способом, так как он более экономичен.

2 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 383, 384, 386, 387, 389, 390, 391, 394, 395, 396, 408, 409, 410, 413, 415, 416

3 Прочтите по учебнику § 138 и 139

Приведем решение примеров на нахождение процентов числа

1) Выразить следующие проценты в виде дробей. 8%, 20%, 90%, 120%

Решение

$$8\% = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}, \quad 20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}, \quad 90\% = \frac{90}{100} = \frac{9}{10};$$

$$120\% = \frac{120}{100} = \frac{6}{5} = 1 \frac{1}{5}$$

2) Найти 25% от 48

Решение

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}; \quad 48 \cdot \frac{1}{4} = 12$$

Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 398 399, 400, 405

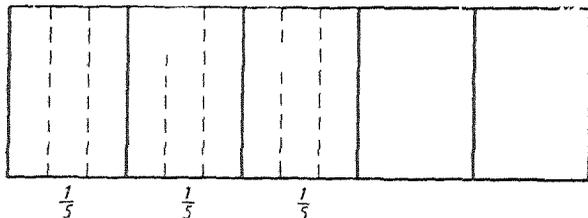
Вопросы для самопроверки

1. Как перемножают смешанные числа?
2. При умножении некоторого числа на другое получили произведение, которое меньше множимого. На какое число умножали?
3. Какие вы знаете основные свойства умножения?
4. Какие две дроби в произведении дают 1?
5. Составьте задачу, для решения которой надо $2 \frac{1}{3}$ умножить на $\frac{1}{2}$.
6. Что такое процент?

Занятие 9 Деление дроби на целое число. Нахождение числа по данной его дроби.

1. Прочтите по учебнику Киселёва § 148

Поясним правило нахождения числа по его дроби на решении следующей задачи



Черт 8

На настилку $\frac{3}{5}$ площади пола израсходовали 9 досок. Сколько таких досок понадобится для настилки всего пола (черт 8)?

Зная, что для настилки $\frac{3}{5}$ долей всей площади пола требуется 9 досок, найдём, что на настилку $\frac{1}{5}$ всего пола требуется 3 доски, а следовательно, для всего пола $\left(\frac{5}{5}\right)$ потребуется досок в 5 раз больше, т е 15 досок

Рассматривая чертеж 8, вы видите, что на $\frac{1}{5}$ всего пола идёт 3 доски, а следовательно, на весь пол пойдёт 15 досок

Приведенное рассуждение можно заменить следующей записью.

$$\begin{array}{r} \frac{3}{5} \text{ площади пола составляют } 9 \text{ досок} \\ \frac{1}{5} \quad \text{ " } \quad \text{ " } \quad \text{ " } \quad \frac{9}{3} \quad \text{ " } \\ \frac{5}{5} \quad \text{ " } \quad \text{ " } \quad \text{ " } \quad \frac{9 \cdot 5}{3} = 15 \text{ досок} \end{array}$$

Обычно решение задачи на нахождение целого по его части записывается так $9 : \frac{3}{5} = \frac{9 \cdot 5}{3} = 15$ (досок)

Значит, целое по его части находится при помощи деления

2 Прочтите по учебнику Киселева § 150, 151 (1—3), 153

3 Решите из задачника Пономарева и Сырнева устно № 418, 419 (1—6), 420 (1—5), 422, письменно № 420 (6—10), 423, 427 (1—4), 429 (1), 430 (1)

Вопросы для самопроверки.

1 Скажите правило деления дроби на целое число. Объясните, как оно получено

2 Скажите правило деления целого числа на дробь. Объясните, как оно получено.

3 Составьте задачу, для решения которой надо данное число разделить на данную дробь

4 Делимое — целое число, а делитель — правильная дробь. В каком случае их частное будет целым числом?

Занятие 10 Деление на дробь дроби и смешанного числа

Числа взаимно обратные. Нахождение числа по данным его процентам

1 Прочтите по учебнику Киселева § 151 (4, 5), 152, 154, 155. Особенно внимательно прочтите замечание в § 151

Деление дроби на натуральное число можно производить

и по общему правилу деления дробей (§ 151, правило 4) считая делитель дробью со знаменателем 1, например:

$$25 \frac{10}{13} : 5 = \frac{335}{13} : \frac{5}{1} = \frac{335 \cdot 1}{13 \cdot 5} = \frac{67}{13} = 5 \frac{2}{13}$$

Деление дроби на натуральное число можно производить и так $25 \frac{10}{13} : 5 = 25 : 5 + \frac{10}{13} : 5 = 5 + \frac{2}{13} = 5 \frac{2}{13}$

Этот способ особенно удобен, если целое число и числитель дроби кратны делителю.

2 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 435, 436, 437, 438, 439, 441, 444, 448, 449, 451, 452

3 Из § 152 следует, что деление данного числа на дробь можно заменить умножением этого числа на число, обратное делителю. Запомните определение

Два числа называются взаимно обратными, если их произведение равно единице.

Пример Найдите числа, обратные числам 5, $\frac{7}{10}$, $2 \frac{1}{2}$

Число, обратное 5, будет $\frac{1}{5}$, так как $5 \cdot \frac{1}{5} = 1$

Число, обратное $\frac{7}{10}$, будет $\frac{10}{7} = 1 \frac{3}{7}$, так как $\frac{7}{10} \cdot \frac{10}{7} = 1$

Число, обратное $2 \frac{1}{2}$, будет $\frac{2}{5}$, так как $2 \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = 1$

4 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 462, 463, 466, 468, 470

5 Прочтите по учебнику Киселева § 149

6 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 453, 454, 455.

Вопросы для самопроверки

1 Какие правила вы знаете для деления дробей? Какое правило может явиться обобщающим для всех правил?

2. Какие два числа называются взаимно обратными?

3. Возможно ли деление двух дробных чисел заменить умножением? Если возможно, то как?

З а н я т и е 11 Четыре действия с дробями.

При решении примеров на все действия с обыкновенными дробями надо внимательно посмотреть на числа и знаки действий между ними и наметить план выполнения примера

При составлении плана надо:

а) Избрать наиболее целесообразный приём решения, например:

$$8\frac{3}{5} + 1\frac{1}{2} : 1\frac{3}{4} + 2\frac{2}{5}.$$

Этот пример можно решить так.

$$1) 1\frac{1}{2} : 1\frac{3}{4} = \frac{3}{2} : \frac{7}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{7} = \frac{6}{7}.$$

$$2) 8\frac{3}{5} + \frac{6}{7} + 2\frac{2}{5} = 10\frac{21+30+14}{35} = 10\frac{65}{35} = 11\frac{30}{35} = 11\frac{6}{7}.$$

Но целесообразнее решить так.

$$1) 8\frac{3}{5} + 2\frac{2}{5} = 10\frac{5}{5} = 11.$$

$$2) 1\frac{1}{2} : 1\frac{3}{4} = \frac{3}{2} : \frac{7}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{7} = \frac{6}{7}.$$

$$3) 11 + \frac{6}{7} = 11\frac{6}{7}.$$

б) Не производить операций с дробями, которые усложняют вычисления, например.

$$\left(12 : 3\frac{3}{5} - \frac{2}{3}\right) : \frac{2}{3}$$

Этот пример можно решить так

$$1) 12 : 3\frac{3}{5} = 12 : \frac{18}{5} = \frac{12 \cdot 5}{18} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

$$2) 3\frac{1}{3} - \frac{2}{3} = 2\frac{4-2}{3} = 2\frac{2}{3}$$

$$3) 2\frac{2}{3} : \frac{2}{3} = \frac{8}{3} : \frac{2}{3} = \frac{8}{3} \cdot \frac{3}{2} = 4.$$

Целесообразнее решить так:

$$1) 12 : 3\frac{3}{5} = 12 : \frac{18}{5} = \frac{12 \cdot 5}{18} = \frac{10}{3}.$$

$$2) \frac{10}{3} - \frac{2}{3} = \frac{8}{3}, \quad 3) \frac{8}{3} : \frac{2}{3} = \frac{8}{3} \cdot \frac{3}{2} = 4.$$

Из рассмотрения приведённых решений надо сделать вывод что если в последующей операции надо производить действие деления или умножения, то выгоднее не исключать целое число

в) Производить действия, где представляется возможность, устно, например

$$14 - \left(10\frac{11}{13} - 5\frac{9}{13}\right) \quad 2$$

(устно)

Решать надо так:

$$14 - 5 \frac{2}{13} \cdot 2 = 14 - 10 \frac{4}{13} = 3 \frac{9}{13}$$

(устно)

Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 489, 490, 491, 492, 494, 495, 498

З а н я т и е 12 Отношение двух чисел. Нахождение процентного отношения двух чисел.

1. Прочтите по учебнику Киселёва § 156

Запомните, что *отношение двух чисел есть частное от деления одного числа на другое*, при этом *последующий член отношения не может быть равен 0* (так как делить на 0 нельзя).

Внимательно просмотрите приводимые упражнения на отношения.

а) Найти отношение $720 \text{ г} : 3 \frac{2}{3} \text{ кг}$

Решение

Чтобы найти отношение двух именованных чисел, надо эти числа выразить в одной и той же единице измерения, т. е. в данном примере лучше выразить в граммах

$$720 \text{ г} : 3 \frac{2}{3} \text{ кг} = 720 \text{ г} : \frac{11}{3} \text{ кг} = 720 \text{ г} : \frac{11000}{3} \text{ г} = \frac{720 \cdot 3}{11000} = \frac{54}{275}$$

Результат отношения двух именованных чисел — отвлечённое число.

б) Найти неизвестный член в отношении $x : 2 \frac{1}{2} = 1 \frac{3}{5}$.

Решение

Неизвестное — предыдущий член отношения. На основании свойства отношения имеем

$$x = 2 \frac{1}{2} \cdot 1 \frac{3}{5} = \frac{5}{2} \cdot \frac{8}{5} = 4$$

2 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 472, 473, 474, 477, 478, 479, 480

3 Прочтите по учебнику § 157.

4 Решите из задачника № 481, 482, 483, 484, 485

5 План или карта местности всегда вычерчиваются в некотором масштабе. Это означает, что расстояние между любыми двумя точками на плане в определённое число раз меньше расстояния между этими точками на местности. Величина этого уменьшения выражается отношением длины линии на плане к длине этой линии на местности.

Это отношение называют **числовым** или **численным** масштабом карты или плана

Пример Если длина линии на плане равна, например, 5 см, а длина ее на местности 1 250 м, то числовой масштаб равен $5 \text{ см} : 1250 \text{ м} = 5 \text{ см} : 125\,000 \text{ см} = \frac{1}{25\,000}$.

Обычно численный масштаб выражается дробью с числителем, равным 1, а знаменатель выражается круглым числом: 100, 2500, 5000, 25 000 и т. д.

Зная численный масштаб карты, можно определить расстояние между двумя пунктами (точками) на земной поверхности

Задача Какова длина железнодорожного участка, если на карте, масштаб которой $\frac{1}{1\,000\,000}$, он изображается отрезком 12 см

Решение Так как длина участка на земной поверхности в 1 000 000 раз больше длины на карте, то длина участка будет $12 \text{ см} \cdot 1\,000\,000 = 12\,000\,000 \text{ см} = 120 \text{ км}$

6 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 486, 487, 488, 496

Вопросы для самопроверки

1. Что называется отношением двух чисел?
2. Как называются члены отношения двух чисел?
3. Какими свойствами обладает отношение?
4. Как изменится отношение, если предыдущий член увеличить в 6 раз, а последующий в 2 раза?
5. Что называется процентным отношением двух чисел?
6. Как найти процентное отношение двух чисел?
7. Что называется численным масштабом?
8. Как определить расстояние на местности, если известен численный масштаб карты?

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

1. Найти наибольший общий делитель чисел 420, 450 и 588.
2. Найти наименьшее общее кратное чисел 182, 91 и 130 и частные от его деления на каждое из данных чисел.
3. Одно колесо телеги имеет в окружности 210 см, а другое 330 см. Определить наименьшее расстояние, которое должна проехать телега, если оба колеса сделали целое число оборотов.
4. Четным или нечетным числом выражается сумма, если из семи слагаемых а) три слагаемых четные, остальные нечетные? б) если два слагаемых четные, остальные нечетные? Почему?

5. Выполнить указанные действия

а) $\left[\left(3 \frac{1}{3} + 5 \frac{7}{9} \right) 2 \frac{1}{4} - 1 \frac{1}{15} \cdot \left(3 \frac{5}{6} - \frac{7}{12} + 9 \frac{7}{8} \right) \right] \frac{16}{39}$

б) $1 \frac{2}{27} + 1 \frac{5}{14} \cdot \frac{1}{6} : \left(10 \frac{13}{42} - 9 \frac{13}{28} + 2 \frac{5}{24} \right) - \frac{8}{9} \frac{1}{3} : 2$

6 Проверить распределительный закон на умножении $\frac{3}{5}$ на разность чисел $4 \frac{1}{6}$ и $1 \frac{2}{3}$

7 Найти x , если $10 \frac{59}{63} - x = 8 \frac{37}{45}$.

8. Автобус прошел за 4 часа 180 км. В первый час он прошел $\frac{4}{15}$ всего этого пути, во второй — $\frac{13}{16}$ того что прошёл в первый час, в третий — вдвое меньше того, что прошёл за первые два часа и, в четвертый час — остальное расстояние. Сколько километров прошел автобус в четвертый час?

ЗАЧЕТНАЯ РАБОТА № 2

1 Рассказать о причинах, вызвавших появление дробей

2 Написать определение дробного числа и его виды

3 Сформулировать главное свойство дроби и указать, где мы применяем это свойство

4. Объяснить, почему фразу «нахождение наименьшего общего знаменателя» можно заменить фразой «нахождение наименьшего общего кратного знаменателей данных дробей»

5 Сформулировать правила сложения и вычитания дробей

1) с одинаковыми знаменателями и 2) с разными знаменателями. Привести примеры

6 Сформулировать правила умножения и деления дробей. Привести примеры

7 Объяснить, почему можно деление дробей заменять умножением на обратные числа

8 Объяснить, почему при умножении на дробь иногда произведение будет больше множимого, иногда меньше, а иногда равно множимому. Привести примеры

9 Сформулировать определение отношения, нахождение предыдущего или последующего члена отношения

10 Объяснить, как можно определить расстояние на местности, зная числовой масштаб карты или плана

11 Найти наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел 165, 110 и 385

12 Малая шестерня велосипеда имеет 8 зубцов, а большая — 18. Какое наименьшее число оборотов должна сделать педаль, чтобы заднее колесо и большая шестерня вернулись в своё первоначальное положение?

13. Число 2200 представить в виде суммы трех слагаемых так, чтобы первое слагаемое было на 120 больше второго и на 200 больше третьего. Для полученных слагаемых найти наибольший общий делитель.

14. Обосновать утверждение, что произведение трёх последовательных натуральных чисел делится на 6.

15. Выполнить указанные действия.

$$а) 18\frac{17}{84} - \left[\left(36\frac{15}{28} - 19\frac{17}{21} \right) - \frac{11}{12} + \left(2 - 1\frac{5}{14} \right) \right]$$

$$б) \frac{2}{27} + 2\frac{5}{7} \cdot \frac{1}{12} : \left(7\frac{13}{42} - 5\frac{13}{28} + 1\frac{5}{24} \right) - 2 : 13\frac{1}{2}$$

16. Найти неизвестное число x : $15\frac{2}{3} - x = 5\frac{5}{6}$

17. Проверить распределительный закон на умножении $\frac{3}{4}$ на сумму чисел $\frac{4}{9}$ и $2\frac{2}{3}$.

18. Пионеры собрали в течение четырех дней 602 кг разных семян. В первый день было собрано $\frac{3}{14}$ этого количества, во второй — в полтора раза больше, в третий $\frac{4}{5}$ того, что собрали за первые два дня вместе, и в четвертый — остальные семена. Сколько семян собрали пионеры в четвертый день?

ЗАДАНИЕ V

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ВСЕ ДЕЙСТВИЯ С ЦЕЛЫМИ И ДРОБНЫМИ ЧИСЛАМИ.

(45 часов самостоятельной работы.)

Занятие 1. Задачи на нахождение дроби от числа и нахождение числа по его дроби.

1. Повторите по учебнику Киселёва § 137.

Рассмотрите решение следующей задачи.

Задача. Число юношей, учащихся в педагогическом училище, составляет $\frac{1}{3}$ числа девушек, учащихся в этом же училище. Какую часть всех учащихся составляют юноши? Сколько девушек в училище, если общее число учащихся 420 человек?

Решение

1) Число юношей составляет третью часть от числа девушек. Если число юношей примем за единицу, то число девушек будет составлять 3 таких же единицы, а число всех учащихся (юношей и девушек) составит 4 таких же единицы. Значит, число юношей составляет $\frac{1}{4}$ числа всех учащихся.

2) Число девушек составляет $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ всего числа, следовательно, число девушек равно $420 \cdot \frac{3}{4} = 315$ (человек).

2. Повторите по учебнику Киселёва § 148

Рассмотрите решение приводимых задач

Задача. Выход масла из сливок составляет $\frac{2}{9}$ веса сливок, а выход сливок из молока составляет $\frac{4}{25}$ веса молока. Сколько требуется молока, чтобы получить 1 ц масла?

Решение

Примем за единицу искомое количество молока

1) Какую часть молока составляют сливки?

$$1 \cdot \frac{4}{25} = \frac{4}{25}$$

2) Какую часть молока составляет масло?

$$\frac{4}{25} \cdot \frac{2}{9} = \frac{8}{225}$$

3) Сколько молока требуется для получения 1 ц масла?

$$1 : \frac{8}{225} = \frac{225}{8} = 28 \frac{1}{8} \text{ (ц)}.$$

Задача. Кооперативная палатка продала в первый день $\frac{2}{5}$ имевшейся ткани, во второй день $\frac{7}{12}$ того, что продано в первый день, а в третий день всю остальную ткань. Сколько всего метров ткани продала палатка, если в третий день было продано на 192 м больше, чем во второй день?

Решение

Примем за единицу количество ткани, проданной палаткой за три дня

1) $\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{30}$; $\frac{7}{30}$ всей ткани было продано во второй день.

2) $1 - \frac{2}{5} - \frac{7}{30} = \frac{30-12-7}{30} = \frac{11}{30}$; $\frac{11}{30}$ всей ткани было продано в третий день

3) $\frac{11}{30} - \frac{7}{30} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$, на $\frac{2}{15}$ всего количества ткани было продано в третий день больше, чем во второй

4) $192 : \frac{2}{15} = \frac{192 \cdot 15}{2} = 96 \cdot 15 = 1440$, 1440 м ткани продала палатка за 3 дня

Задача Катер по течению прошел расстояние между двумя пристанями за 5 часов, а возвращаясь обратно, он то же расстояние прошел за 6 часов. Сколько суток будет плыть плот это расстояние?

Решение Примем расстояние между пристанями за единицу

1) Какую часть всего расстояния проходит катер по течению за 1 час?

$$1 : 5 = \frac{1}{5}$$

2) Какую часть всего расстояния проходит катер против течения за 1 час?

$$1 : 6 = \frac{1}{6}$$

3) На какую часть всего расстояния проходит катер за 1 час по течению больше, чем против течения?

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$$

Полученное число $\left(\frac{1}{30}\right)$ — удвоенная скорость течения реки за час

4) Какую часть всего расстояния пройдет плот за час?

$$\frac{1}{30} : 2 = \frac{1}{60}$$

5) За сколько часов пройдет плот всё расстояние?

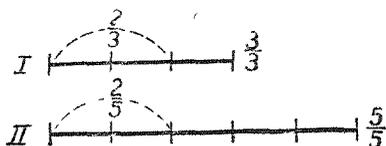
$$1 : \frac{1}{60} = 60 \text{ (час)}$$

Ответ За 60 часов

3 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 504, 505, 506, 507, 508, 509, 510

Занятие 2 Решение задач на нахождение чисел:
а) по их сумме и разности, б) по их отношению
и сумме или разности.

1 Просмотрите содержание 3-го занятия II задания Там приведены решения задач на нахождение чисел а) по их сумме и разности и б) по их отношению, сумме или разности



Черт 9

2 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 517, 518, 519, 521, 523, 524, 525, 526, 527

3 Рассмотрите решение следующей задачи

Задача Два мальчика собрали 96 грибов $\frac{2}{3}$ числа гри-

бов, собранных первым мальчиком, равны $\frac{2}{5}$ числа грибов, собранных вторым мальчиком Сколько грибов собрал каждый мальчик?

1-е решение Из чертежа 9 видно, что $\frac{1}{3}$ числа грибов, собранных первым мальчиком, по величине равна $\frac{1}{5}$ числа грибов, собранных вторым мальчиком Первый мальчик собрал 3 части, а второй 5 таких же частей Следовательно, мальчиками вместе собрано 8 частей, что составляет 96 грибов

1) $(96 : 8) \cdot 3 = 36$, 36 грибов собрал первый мальчик,

2) $(96 : 8) \cdot 5 = 60$, 60 грибов собрал второй мальчик

2-е решение Примем число грибов, собранных вторым мальчиком, за единицу.

1) Узнаем, какую часть числа грибов, собранных вторым мальчиком, составляют грибы, собранные первым мальчиком

$$\frac{2}{5} : \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{3}{5}$$

2) Сколько частей принятой единицы составляют 96 грибов?

$$1 + \frac{3}{5} = 1 \frac{3}{5}$$

3) Сколько грибов собрал второй мальчик?

$$96 : 1 \frac{3}{5} = \frac{96 \cdot 5}{8} = 60 \text{ (грибов)}$$

4) Сколько грибов собрал первый мальчик?

$$96 - 60 = 36 \text{ (грибов)}$$

З а м е ч а н и е Прием 1-го решения рассмотренной задачи удобен только в случае равенства числителей данных дробей. В случае же различных числителей дробей надо применять прием 2-го решения, который является общим приемом решения задач этого вида.

4 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 528, 529, 531, 532, 533, 534

З а н я т и е 3 Задачи на вычисление площади прямоугольника и объёма прямоугольного параллелепипеда.

1 Просмотрите содержание занятия 5 задания II

Умея производить действия с дробями, мы можем теперь решать задачи на площадь прямоугольника и объём прямоугольного параллелепипеда при любых данных числах, например, решим задачу

Комната в форме прямоугольного параллелепипеда имеет длину $5\frac{2}{5}$ м, ширину $4\frac{1}{2}$ м, а объём ее $121\frac{1}{2}$ куб м. Какую высоту имеет комната?

Мы знаем, что объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению длины, ширины и высоты его. Следовательно, его высота будет равна $121\frac{1}{2} \cdot \left(5\frac{2}{5} \cdot 4\frac{1}{2}\right) =$

$$= 121\frac{1}{2} : \left(\frac{27}{5} \cdot \frac{9}{2}\right) = \frac{243}{2} \cdot \frac{5 \cdot 2}{27 \cdot 9} = 5 \text{ (м)}$$

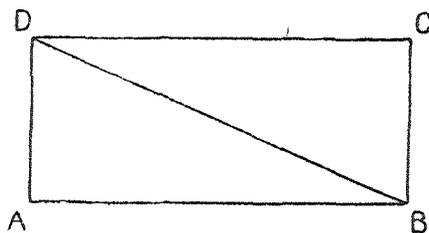
Высота комнаты равна 5 м

Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 566, 568, 570, 571, 573, 576

З а н я т и е 4 Площадь треугольника.

Возьмём прямоугольник (черт 10) и проведем в нем диагональ BD . Эта диагональ разделит прямоугольник на два равных треугольника ABD и BCD .

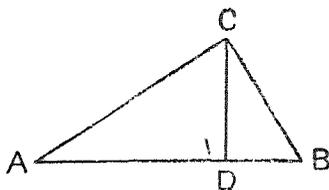
Убедиться в равенстве этих треугольников легко при помощи наложения. Отсюда вытекает, что площадь треугольника вдвое меньше площади прямоугольника.



Черт 10

Если треугольник будет не прямоугольным, то можно обосновать эту формулу так: провести высоту треугольника CD , эта высота разобьет треугольник на два прямоугольных треугольника ADC и DCB (черт 11)

Площадь каждого прямоугольного треугольника равна половине произведения основания на высоту. Площадь всего треугольника, равная сумме площадей этих прямоугольных треугольников, также будет равна половине произведения основания на высоту и записывается формулой так $S = \frac{1}{2} ah$, где a — длина основания, а h — высота треугольника.



Черт. 11

Приведем образец решения задачи на нахождение площади треугольника.

Основание треугольника 15 см, а высота составляет третью часть длины основания. Найти площадь треугольника.

Решение.

1) Найдем высоту треугольника $15 \cdot \frac{1}{3} = 5$ (см)

2) Найдем площадь треугольника

$$\frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 5 = \frac{75}{2} = 37 \frac{1}{2} \text{ (кв. см)}$$

Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 577, 578, 579, 580

З а н я т и е 5 Решение задач

1. Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 544, 545, 547, 548, 550, 551, 553, 555, 558, 559, 560, 562

Рассмотрите решение следующих задач

Задача № 546 Два насоса, работая совместно, могут наполнить водоем за 10 часов. После четырех часов совместной работы первый насос был остановлен, а второй наполнил оставшуюся часть водоема за 18 часов. За сколько часов каждый из насосов, работая один, мог наполнить бассейн?

Решение. Примем объем водоёма за единицу.

1) $1 : 10 = \frac{1}{10}$ (часть), $\frac{1}{10}$ часть бассейна наполняют два насоса за 1 час

2) $\frac{1}{10} \cdot 4 = \frac{2}{5}$, $\frac{2}{5}$ части бассейна были совместно наполнены.

3) $1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$, $\frac{3}{5}$ части бассейна наполнил второй насос, работая один

4) $\frac{3}{5} : 18 = \frac{1}{30}$, $\frac{1}{30}$ часть бассейна наполняет второй насос за 1 час.

5) $\frac{1}{10} - \frac{1}{30} = \frac{2}{30} = \frac{1}{15}$, $\frac{1}{15}$ часть бассейна наполняет первый насос за 1 час.

За сколько часов наполнит бассейн каждый из насосов?

6) $1 : \frac{1}{30} = 30$ (часов), $1 : \frac{1}{15} = 15$ (часов).

Ответ За 30 часов и за 15 часов.

Задача № 552 (2) Моторная лодка прошла 207 км по течению реки за $13\frac{1}{2}$ часа, затратив $\frac{1}{9}$ этого времени на остановки. Скорость течения реки $1\frac{3}{4}$ км в час. Сколько километров может пройти эта лодка в стоячей воде за $2\frac{1}{2}$ часа?

Решение 1) Найдем время, затраченное на остановки.

$$13\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9} = \frac{27}{2} \cdot \frac{1}{9} = 1\frac{1}{2} \text{ (часа)}$$

2) Найдем время движения

$$13\frac{1}{2} - 1\frac{1}{2} = 12 \text{ (часов)}$$

3) Найдем скорость лодки

$$207 : 12 = \frac{207}{12} = \frac{69}{4} = 17\frac{1}{4} \text{ (км в час)}$$

4) Найдем собственную скорость лодки

$$17\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4} = 15\frac{1}{2} \text{ (км в час).}$$

5) Найдем путь, пройденный лодкой за $2\frac{1}{2}$ часа в стоячей воде

$$15\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2} = 38\frac{3}{4} \text{ (км).}$$

Ответ $38\frac{3}{4}$ км.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

1. Выполнить указанные действия

$$а) 3\frac{1}{8} : \left[\left(4\frac{5}{12} - 3\frac{13}{24} \right) \frac{4}{7} + \left(3\frac{1}{18} - 2\frac{7}{12} \right) \cdot 1\frac{10}{17} \right]$$

$$б) \frac{\left(6 \frac{2}{3} + 2 \frac{4}{15} + 5 \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{15} - 30 : \frac{5}{28}}{2 \frac{3}{4} \cdot 3 \frac{19}{22} : 42 \frac{1}{2}}$$

2. На основании зависимости между компонентами и результатом действия найти x

$$\left(3 \frac{1}{2} : 4 \frac{2}{3} + x : 3 \frac{1}{2}\right) \cdot 5 \frac{5}{7} = 10$$

3. Проверить сочетательный закон на умножении чисел.

$$7 \frac{1}{5}, \quad 6 \frac{1}{4} \quad \text{и} \quad \frac{1}{15}.$$

4. Пионерский отряд совершил переход в течение трех дней. В первый день было пройдено $\frac{5}{14}$ всего пути, во второй $\frac{7}{18}$ оставшегося пути и в третий день остальные 22 км. Сколько километров прошёл пионерский отряд за все три дня вместе и сколько в первый день?

5. За три дня собрали урожай с 578 га, причём во второй день убрали $1 \frac{1}{2}$ раза больше гектаров, чем в первый, а в третий в $1 \frac{1}{6}$ раза больше, чем во второй. Сколько гектаров убрали в первый день, сколько во второй и сколько в третий день?

6. К ванне подведены два крана. Через один из них ванна может наполниться за 12 минут, через другой в $1 \frac{1}{2}$ раза быстрее. Во сколько минут наполнится $\frac{5}{6}$ всей ванны, если открыты сразу два крана?

7. Грузовой пароход проходит расстояние от A до B за 12 часов, а пароход экспресс — за 10 часов. Через $\frac{3}{4}$ часа после выхода из A парохода из A же вышел экспресс. Через сколько часов после своего выхода экспресс догонит пароход?

8. Какая площадь больше: прямоугольника со сторонами 3 см и 2 см или квадрата со стороной $2 \frac{1}{2}$ см, или треугольника, основание и высота которого равны 3 см?

ЗАЧЕТНАЯ РАБОТА № 3

1. Объяснить, почему нахождение дроби числа выполняется при помощи умножения, а нахождение числа по его дроби при помощи деления.

2 Объяснить на примерах с дробями применение распределительного и сочетательного законов умножения.

3 Сформулировать общее правило деления для всех дробных чисел вместо пяти отдельных правил деления

4 Написать формулы для вычисления площадей прямоугольника, квадрата и треугольника

5 Выполнить указанные действия

$$а) 2\frac{3}{4} : \left[\left(4\frac{5}{7} - 1\frac{11}{14} \right) \cdot 4\frac{2}{3} + \left(3\frac{2}{9} - 1\frac{5}{6} \right) \cdot \frac{18}{25} \right]$$

$$б) \frac{\left(2\frac{4}{15} + 5\frac{1}{2} + 6\frac{2}{3} \right) : \frac{1}{15} - 30 : \frac{5}{28}}{3\frac{19}{22} \quad 2 - \frac{3}{4} : 42\frac{1}{2}}$$

6 На основании зависимости между компонентами и результатом действий найти x

$$\left(2\frac{4}{5} \cdot x - 50 \right) : \frac{2}{3} = 51.$$

7 Проверить распределительный закон на умножении $\frac{3}{4}$ на сумму чисел $2\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{9}$

8 Проволоку длиной в $81\frac{1}{2}$ м разрезали на 3 части так, что вторая часть больше третьей на $3\frac{1}{5}$ м, а первая больше второй на $1\frac{3}{4}$ м. Найти длину каждой части

9 Четыре пионерских отряда собрали жёлуди

Первый отряд собрал $\frac{4}{15}$ всего количества жёлудей, собранных четырьмя отрядами, второй отряд собрал $\frac{7}{22}$ остального количества, третий и четвертый собрали поровну. Сколько жёлудей собрали все четыре отряда, если известно, что третий отряд собрал на $1\frac{1}{2}$ кг больше, чем второй?

10 Одна машинистка может перепечатать рукопись за 12 часов, а другая ту же рукопись может перепечатать за 16 часов. Какая часть рукописи останется не перепечатанной, если обе машинистки будут работать вместе в течение 6 часов?

11 Два парохода одновременно отошли навстречу друг другу от двух пристаней и встретились через $3\frac{2}{3}$ часа после выхода. Один из пароходов прошел всё расстояние между приста-

нами за $5\frac{1}{2}$ часов. За сколько часов проходит это расстояние второй пароход?

12. Какая площадь больше: прямоугольника со сторонами 5 см и $4\frac{1}{2}$ см, или квадрата со стороной $4\frac{3}{4}$ см, или треугольника, основание и высота которого по 7 см?

ЗАДАНИЕ VI.

ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ.

(75 часов самостоятельной работы)

Занятие 1. Основные свойства десятичных дробей

(Десятичная дробь. Её знаменатель. Сокращение десятичной дроби и приведение десятичных дробей к общему знаменателю. Умножение и деление десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д.)

1. Прочтите по учебнику Киселева § 158—163

З а м е ч а н и я а) При чтении десятичной дроби, имеющей много десятичных знаков, надо пользоваться приемом, указанным в § 162, а именно надо разбить все десятичные знаки вправо, начиная от запятой, на грани, по 3 знака в каждой грани (кроме последней, в которой может оказаться один или два знака), а затем читать каждую грань как целое число, добавляя к названию числа первой грани слово «тысячных», второй грани — «миллионных» и т. д.

б) Под фразой «привести десятичные дроби к общему (одинаковому) знаменателю» подразумевают изображение данных десятичных дробей с одинаковым числом десятичных знаков.

Например «привести к общему знаменателю дроби 4,1, 0,5 и 6,1128». На основании свойства, что «приписывание нулей справа или слева к десятичной дроби не изменяет ее величины» (§ 161), можем записать $4,1 = 4,1000$, $0,57 = 0,5700$, $6,1128$. Все данные дроби выражены в одинаковых долях — «десятитысячных».

в) Под фразой «сократить десятичную дробь» подразумевают уменьшение числа десятичных знаков за счет отбрасывания нулей, стоящих в конце десятичной дроби.

Например дробь 4,800 можно изобразить после сокращения как 4,8

2. Решите из задачника Пономарева и Сырнева устно № 581, 582, 584, 586, 591, письменно № 583, 587, 588, 589, 590

3. Прочтите по учебнику Киселева § 164, 165

4. Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 592, 593, 594, 595, 596, 598, 599, 600, 601, 603

5 При решении упражнений № 592—602 вести запись, как показано в следующих примерах

а) Увеличить в 100 раз число 0,0123

Решение $0,0123 \cdot 100 = 1,23$

б) Сколько квадратных метров в $0,035 \text{ а}^2$

Решение $0,035 \text{ а} = 0,035 \cdot 100 = 3,5 \text{ кв м}$

в) Выразить 565 куб см в кубических дециметрах

Решение $565 : 1000 = 0,565 \text{ (куб дм)}$

г) Выразить 15 га 25 а 45 кв м в гектарах

Решение 25 а $45 \text{ кв м} = 2545 \text{ кв м} = (2545 : 10\,000) \text{ га} = 0,2545 \text{ га}$, 15 га 25 а $45 \text{ кв м} = 15,2545 \text{ га}$

Решить устно № 605—608, письменно № 609—610

6 При округлении десятичных дробей пользуются правилом округления (см занятие 1 задания 1)

Например округлить число 32,45937 сначала до тысячных долей, затем до сотых долей, затем до десятых долей и затем до единицы

Вместо 32,45937 получим

32,459 — округлили до тысячных долей с недостатком

32,46 — » » сотых » с избытком,

32,5 — » » десятых » с избытком,

32 — » » единицы » с недостатком

Запись $32,45937 \approx 32,459$, $32,45937 \approx 32,46$, $32,45937 \approx 32,5$

7 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 611, 612

Вопросы для самопроверки

1 Какая дробь называется десятичной дробью?

2 Что называется десятичным знаком?

3 Как читается десятичная дробь?

4 Как сравнить две десятичные дроби по величине?

5 Как изменится величина десятичной дроби, если запятую перенести вправо на два десятичных знака? влево на три десятичных знака?

6 Изменится ли величина десятичной дроби, если приписать к ней справа один или несколько нулей, но оставить запятую на прежнем месте?

Занятие 2 Сложение и вычитание десятичных дробей.

1 Прочтите по учебнику Киселева § 166

2 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 613, 614.

615, 616, 618, 620, 621, 622, 623, 624, 625. Решение упражнения № 618—621 вести так:

Выразить в километрах сумму $18,5 \text{ км} + 480 \text{ м} + 30 \text{ дм}$
 $480 \text{ м} = 0,48 \text{ км}; 30 \text{ дм} = 0,003 \text{ км}; 18,5 \text{ км} + 0,48 \text{ км} +$
 $+ 0,003 \text{ км} = 18,983 \text{ км}.$

Упражнение № 624 требует применения сочетательного и переместительного законов. Рассмотрим пример 624 (6). Вычислить наиболее простым путём.

$$(20,9 + 15,7 + 10,71) + (1,29 + 40,1 + 2,3) = (20,9 + 40,1) +$$
$$+ (15,7 + 2,3) + (10,71 + 1,29) = 61 + 18 + 12 = 61 + 30 = 91$$

3. Прочтите по учебнику Киселева § 167

4. Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 628, 629, 630 (1, 3), 631 (1, 4), 632, 633, 634, 636, 637, 639, 640, 642, 643, 645, 646, 648, 650, 651, 652

Запись решения упражнений № 646, 648 и 650 желательно проводить так, как показано в решении примера № 647 (2)

Из какого числа надо вычесть 9,09, чтобы получить 8,1

Решение. Запишем условие задачи с помощью чисел и знаков действий. Обозначим неизвестное уменьшаемое через x . Тогда $x - 9,09 = 8,1$. Отсюда $x = 8,1 + 9,09 = 17,19$
 $x = 17,19$

Вопросы для самопроверки.

1. Изложите правило сложения десятичных дробей
2. Изложите правило вычитания десятичных дробей
3. Каждое из трех слагаемых увеличили на 0,2. Как изменится сумма?

Занятие 3 Умножение десятичных дробей.

1. Прочтите из учебника Киселева § 168

2. Решите из задачника Пономарева и Сырнева устно № 655, 660, 663, 666, письменно № 656, 657 (3—8), 658, 659, 661, 662, 664, 665, 667, 668, 670, 672, 674, 675, 679, 680, 681, 682, 684

При решении упражнений № 661 и 675 решение и запись желательно проводить так, как показано при решении следующего примера

Задача № 661 (8). Вычислить наиболее удобным способом
 $0,2 \cdot 1,7 \quad 0,5 \cdot 10 = (0,2 \quad 0,5) \quad 10 \quad 1,7 = 0,1 \quad 10 \quad 1,7 =$
 $= 1 \cdot 1,7 = 1,7$

Задача № 675 (1). Проверить распределительный закон умножения, умножив сумму чисел 4,21 и 2,29 на 0,25

Решение

$$(4,21 + 2,29) \cdot 0,25 = 6,5 \cdot 0,25 = 1,625.$$

Проверка

$$(4,21 + 2,29) \cdot 0,25 = 4,21 \cdot 0,25 + 2,29 \cdot 0,25 = 1,0525 + 0,5725 = 1,625$$

Вопросы для самопроверки

1 Как найти часть данного числа, если эта часть выражена в виде десятичной дроби?

2 При умножении двух десятичных дробей получили произведение. В полученном произведении не хватает цифр для отделения запятой. Как поступить?

3 На каких свойствах умножения основаны следующие приемы устного умножения

а) $4,5 \cdot 6,7 + 4,5 \cdot 3,3 = 4,5 \cdot (6,7 + 3,3) = 4,5 \cdot 10 = 45$

б) $12,2 \cdot 5,3 - 11,2 \cdot 5,3 = (12,2 - 11,2) \cdot 5,3 = 1 \cdot 5,3 = 5,3$

в) $4 \cdot 2,578 \cdot 0,25 = 4 \cdot 0,25 \cdot 2,578 = 2,578.$

З а н я т и е 4 Деление десятичной дроби на целое число. Приближённое частное.

1 Прочтите по учебнику Киселёва § 169

При нахождении приближенного частного, если по смыслу задачи не требуется определенная точность, то обычно ограничиваются 3—4 десятичными знаками

Дополнительно к материалу, изложенному в § 169, рассмотрите следующие два частных случая деления

а) Делимое — десятичная дробь, а делитель — целое число большее делимого

Пример $4,438 \overline{) 36}$

Запись деления

$$\begin{array}{r} \underline{4,438} \overline{) 36} \\ \underline{36} \\ 83 \\ \underline{72} \\ 118 \\ \underline{108} \\ 10 \end{array}$$

Так как $4 < 36$, то в частном целых единиц не получится; поэтому в частном пишем 0 целых и ставим запятую. Раздроб-

З а н я т и е 5 Деление на десятичную дробь.

1 Прочтите по учебнику Киселева § 171, 172

Твердо запомните, что при делении на десятичную дробь надо, увеличивая делимое и делитель в одно и то же число раз, увеличить их так, чтобы делитель обратился в целое число

Например

$$1) 0,0625 : 0,25$$

$$6,25 : 25 = 0,25$$

$$2) 2,0402 : 1,01$$

$$204,02 : 101 = 2,02$$

2 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 686, 687, 688, 690 (5, 7), 692, 693, 695, 696, 697, 698, 700, 701, 702, 703, 706, 707, 708, 710, 713, 714, 715, 716

Упражнения 693 и 696 — задание на проценты. Проценты легко выражать в десятичных дробях, так как $1\% = 0,01$. Отсюда $5\% = 0,05$, $46\% = 0,46$, $150\% = 1,5$

Десятичные дроби также легко выражаются в виде процентов. Например: $0,08 = 8\%$, $0,45 = 45\%$, $12,5 = 1250\%$

Вопросы для самопроверки

1 Скажите правило деления на десятичную дробь

2 Изменится ли частное, если зачеркнуть запятую в делителе не изменяя при этом делимого?

3 Делитель имеет три десятичных знака. На сколько знаков надо передвинуть запятую в делимом, если зачеркнуть запятую в делителе?

4 Учащийся, увидев, что в делимом после запятой пять десятичных знаков, а в делителе после запятой два десятичных знака, увеличил делимое и делитель в 100 000 раз (т. е. переставил запятую вправо через пять десятичных знаков). Получит ли он верный результат? Если он получит верный результат, то почему этот прием деления десятичных дробей никогда не употребляется?

З а н я т и е 6 Решение примеров и задач на все действия с десятичными дробями.

Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 717, 718, 719, 720, 721, 722, 723, 724, 726, 727, 728, 730, 733, 735, 736, 737, 738, 739, 740, 741, 742, 744, 746, 747, 748, 749, 751, 754, 755, 756, 757, 758, 759, 760, 761, 762, 763, 765, 772, 773, 774, 776, 778, 780, 781, 783, 784, 785, 786, 787

З а м е ч а н и я 1 Примеры на все действия с десятичными дробями выполняются в порядке, указанном в занятии 3 задания I

2 Авторы задачника помещают задачи по группам, исходя из метода (приёма) их решения, так, например, задачи № 751—756 — на нахождение среднего арифметического, задачи № 757 — 758 — на нахождение чисел по сумме и разности и т. д. Эти группы в задачнике отделяются так называемой «отделительной чертой». Если вас затрудняет решение какой-либо задачи, то рекомендуем смотреть задание II. В задании II рассмотрены задачи с целыми числами, подобно которым решаются и задачи с десятичными дробями.

3 Приведем решение примеров на нахождение неизвестного компонента действия

Задача № 730 (3) Найти x , если $2,473 \cdot 0,05 \cdot x + 0,1581 : 0,06 = 15$

Упростим пример $0,12365 \cdot x + 2,635 = 15$

Решение

$0,12365 \cdot x + 2,635 = 15$ — $2,635 = 12,365$. Отсюда $x = \frac{12,365}{0,12365} = 100$

Ответ $x = 100$

Задача № 732 Сумму неизвестного числа и 0,9 умножили на разность между 1 и 0,4 и в произведении получили 2,412. Найти неизвестное число

Решение Обозначим неизвестное число через x . Тогда с помощью знаков действий, равенства и чисел, условие задачи можно записать так $(x + 0,9) \cdot (1 - 0,4) = 2,412$. Найдем x

$$(x + 0,9) = \frac{2,412}{1 - 0,4} = \frac{2,412}{0,6} = 4,02$$

$$x = 4,02 - 0,9 = 3,12$$

Ответ $x = 3,12$.

Занятие 7 Запись десятичной дроби в виде обыкновенной. Обращение обыкновенной дроби в десятичную.

1 Прочтите по учебнику Киселева § 161, 174, 175, 176, 177

Из § 176 следует, что *не всякая обыкновенная дробь может быть выражена конечной десятичной дробью*, некоторые обыкновенные дроби при обращении их в десятичную выражаются бесконечной десятичной дробью. В следующем (восьмом) занятии мы познакомимся с ними.

Из содержания § 175 следует сделать следующий вывод: с преобразованием обыкновенной дроби в конечную десятичную дробь посредством разложения знаменателя на простые множители

Чтобы преобразовать обыкновенную дробь в десятичную, надо

- 1) сократить обыкновенную дробь,
- 2) разложить знаменатель на простые множители;
- 3) если знаменатель содержит множители, отличные от 2 и 5, то дробь нельзя представить конечной десятичной дробью;
- 4) если знаменатель не содержит других множителей кроме 2 или 5, то надо умножить числитель и знаменатель на 2 или 5 столько раз, чтобы в знаменателе получилось число, изображенное единицей с нулями

Пример

$$\frac{35}{400} = \frac{7}{80} = \frac{7}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{875}{10000} = 0,0875$$

Из содержания § 177 следует вывод.

Чтобы преобразовать обыкновенную дробь в десятичную дробь, достаточно разделить ее числитель на знаменатель, вынося частное в виде десятичной дроби

2 Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 789, 790, 791, 792

В § 175 и 177 разобраны два способа обращения обыкновенных дробей в десятичные

Второй способ обращения обыкновенной дроби (посредством деления числителя на знаменатель) в силу того, что он применим к любым обыкновенным дробям, более употребителен

Вопросы для самопроверки

1. Как обратить десятичную дробь в обыкновенную?
2. Всякую ли обыкновенную дробь можно обратить в конечную десятичную?
3. Какие обыкновенные дроби обращаются в конечные десятичные?

4. Даны дроби $\frac{15}{32}$, $\frac{17}{60}$, $\frac{11}{28}$, $\frac{14}{125}$, $\frac{25}{300}$, $\frac{15}{60}$, $\frac{17}{140}$. Указать, какие из них обращаются в конечные десятичные дроби

Занятие 8 Понятие о периодической дроби.

1 Прочтите по учебнику Киселева § 178, 179, 181, 182, 183
184 Читаются периодические дроби так

54, (153) — 54 целых и 153 в периоде

9,07 (63) — 9 целых 7 сотых до периода и 63 в периоде

2 Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 793, 794, 795, 796 797, 798, 799, 800, 801, 802, 803, 804

Вопросы для самопроверки

- 1 Какая дробь называется периодической десятичной дробью?
- 2 Какая обыкновенная дробь при обращении в десятичную выражается чистой периодической дробью? смешанной периодической дробью?
- 3 Даны дроби $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{14}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{13}{48}$, $\frac{19}{30}$ Указать, какие из данных обыкновенных дробей обратятся в чистые периодические дроби и какие в смешанные периодические дроби

Занятие 9 Решение задач на все действия над обыкновенными и десятичными дробями.

1 При решении примеров на совместные действия над обыкновенными и десятичными дробями надо помнить если некоторые обыкновенные дроби не обращаются в конечные десятичные дроби, то при действиях над ними надо десятичные дроби обратить в обыкновенные и производить действие с обыкновенными дробями

Пример

$$\frac{\left(1,5 + 1\frac{1}{3}\right) \cdot 0,2}{1,5 + \frac{1}{5}} = \frac{\left(1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}\right) \cdot 0,2}{1,5 + 0,2} = \frac{2\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5}}{1,7} = \frac{\frac{17}{30}}{\frac{17}{10}} = \frac{17 \cdot 10}{30 \cdot 17} = \frac{1}{3}$$

Решение задач, где данные даются в виде десятичных и обыкновенных дробей, ничего принципиально нового не содержит, а потому решение их не должно вызвать у вас затруднения. Рекомендуем, прежде чем приступить к решению задач, просмотреть образцы решения задач, приводимых в задании II

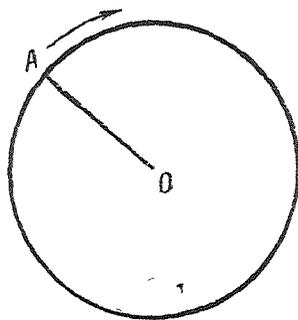
2 Решите из задачника Пономарева и Сырцева № 842, 843, 844, 845, 847, 849, 850, 852, 853, 854, 855, 857, 858, 859, 860, 861, 863, 866, 868, 869, 871, 872, 875, 884, 885

Занятие 10 Решение задач с геометрическим содержанием: вычисление длины окружности, площади круга, поверхности и объёма цилиндра

1. Вычисление длины окружности Окружающие нас предметы ограничены поверхностями, среди которых различают плоские поверхности, или плоскости, и кривые поверхности

Например, стол ограничен сверху плоскостью (крышкой), график с водой ограничен кривой поверхностью и т. д.

Если на плоскости (например, на листе бумаги) взять какую-либо неподвижную точку O и отрезок AO (черт 12) и сообщить движению отрезку AO так, чтобы он, двигаясь, оставался все время в плоскости, тогда точка A опишет кривую линию, называемую окружностью. Точка O называется центром окружности, а OA — радиусом окружности.



Черт 12

Часть плоскости, находящаяся внутри окружности, называется кругом. Запомните, что окружность — линия, а круг — часть плоскости. Выведем правило для нахождения длины окружности.

Измерьте с помощью сантиметровой ленты длины окружностей ведра, стакана и других предметов, имеющих круглую форму, а затем определите поперечник (диаметр) этих предметов.

Заполните следующую таблицу

Название предмета	Длина окружности	Длина диаметра	Во сколько раз длина окружности больше своего диаметра
Стакан			
Блюдце			
Кружок			
и т. д.			

Сравнивая полученные результаты об отношении длины окружности к своему диаметру, вы получите примерно одну и ту же величину, выраженную числом, приближенно равным 3,14, т. е. получите, что длина окружности всегда больше своего диаметра приблизительно в 3,14 раза. Это число обозначают греческой буквой π (пи).

Правило: *Длина окружности приближенно равна длине диаметра, умноженной на 3,14.*

С помощью букв это правило записывается так $C = \pi D$, где буквой C обозначают длину окружности, а D — диаметр окружности и $\pi \approx 3,14$.

Приведем примеры решения задачи нахождение длины окружности и диаметра

Задача. Нужно огородить забором круглый пруд, диаметр которого 75 м. Сколько столбов потребуется для этого, если расстояние между ними делать в 0,9 м?

Решение

1) Найдем длину окружности пруда

Мы знаем, что C (длина окружности) $= \pi D$; $C = 3,14 \cdot 75 = 235,5$ (м)

2) Найдем число столбов: $235,5 / 0,9 = 2355 / 9 \approx 262$ (столба)

Задача. Окружность ствола дерева 1,255 м. Определите его толщину.

Мы знаем, что $C = \pi D$. Незвестный сомножитель D равен произведению (C), делённому на известный сомножитель (π). Следовательно

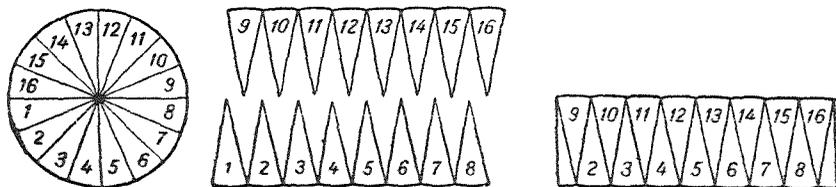
$$D = \frac{1,255}{3,14} = 0,3997 \text{ (м)} \approx 40 \text{ (см)}$$

Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 806, 807, 808, 809, 810, 811, 813, 814, 816

Решив задачи № 806, 807 и 808, проверьте свой ответ с ответами, получающимися при пользовании таблицы II (стр. 211). Если ваш ответ расходится с табличным ответом, то найдите объяснение причины расхождения.

Примечание. Как пользоваться таблицей нахождения длины окружности по ее диаметру, указано в задачнике на стр. 211.

2. Вычисления площади круга. Чтобы найти площадь круга, представим себе, что мы разрезали круг на две равные части (разрез надо сделать по диаметру круга), а затем каждую часть (полукруг) разделили ещё на 4 равные части (сектора). Сложим полученные части, как указано на чертеже 13. Если бы мы разделили полукруг на 8, 16, 32 и т. д. частей и сложили полукруги, как указано, то получили бы фигуру, близкую к прямоугольнику.



Черт. 13

Примем полученную фигуру за прямоугольник. В этом прямоугольнике основание равно половине длины окружности, а высота равна радиусу круга. Так как площадь полученного прямоугольника равна площади круга (прямоугольник получен из круга), то отсюда получим следующее правило для нахождения площади круга:

Площадь круга равна произведению половины длины окружности на радиус круга.

Так как половина длины окружности равна $\pi \frac{D}{2} = \pi R$, то площадь круга $S = \pi R \cdot R = \pi R^2$

З а м е ч а н и е Желательно, чтобы вы сами проделали указанный вывод площади круга, взяв обыкновенную бумагу и поступая с ней так, как указано выше.

Приведем образец решения задачи на нахождение площади круга.

З а д а ч а Медная проволока разрывается при нагрузке в 53 кг на каждый квадратный миллиметр поперечного сечения. При какой нагрузке разорвется медная проволока толщиной в 3,5 мм?

Р е ш е н и е

1) Найдём площадь поперечного сечения.

Так как диаметр проволоки равен 3,5 мм, то радиус будет равен 1,75 мм.

$$S \text{ (площадь круга)} = \pi \frac{D^2}{4}, \quad R = \pi R^2 = 3,14 \cdot 1,75 \cdot 1,75 \approx 9,6 \text{ (кв. мм)}$$

2) Найдём, при какой нагрузке произойдет разрыв проволоки.

$$53 \cdot 9,6 = 508,8 \text{ (кг)}$$

Р е ш и т е з а д а ч и

1. Определить площадь круга, если радиус его равен

а) $R = 10 \text{ см}$, б) $R = 4,5 \text{ см}$, в) $R = 3\frac{1}{3} \text{ см}$.

2. Определить площадь круга, если диаметр его равен

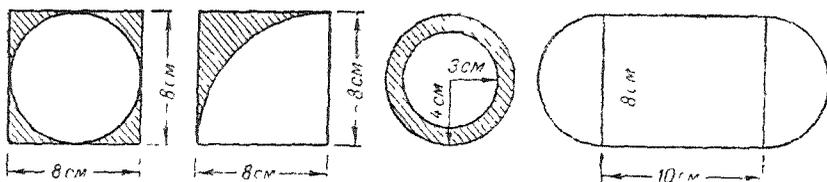
а) $D = 30 \text{ см}$, б) $D = 12,1 \text{ см}$, в) $D = 4\frac{1}{2} \text{ см}$

3. Диаметр разреза дерева 40 см. Вычислить площадь поперечного сечения дерева.

4. Лошадь привязана к колу верёвкой, длина которой равна 10,5 м. Найти площадь участка, на котором она может пастись.

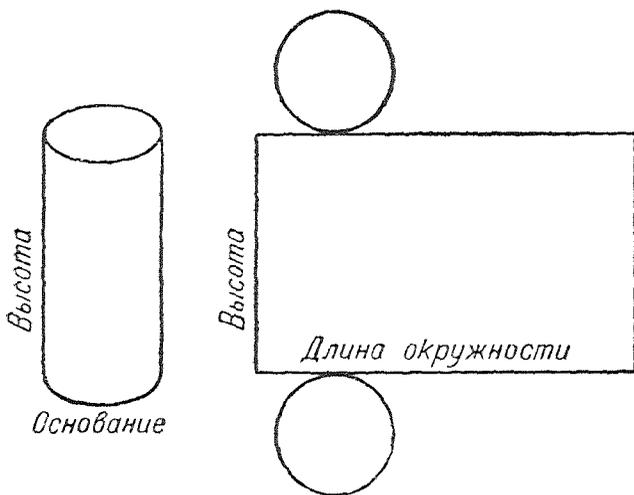
5 По данным измерениям на чертеже 14 определите площадь заштрихованных частей каждой фигуры (Вычисления производить, принимая $\pi = 3,14$)

Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 818, 819 820, 821, 822, 823, 824, 825.



Черт 14

3. Вычисление площади поверхности цилиндра и его объема. О предметах круглый карандаш, консервная банка, прямая железная труба и т.п. говорят, что они имеют форму цилиндра. Иногда возникает вопрос о нахождении площади поверхности



Черт. 15

цилиндра. Цилиндр ограничен кривой поверхностью и двумя одинаковыми кругами, называемыми основаниями цилиндра. Если находят только площадь кривой поверхности, то называют это нахождением боковой поверхности цилиндра.

Выведем правило для нахождения площади боковой поверхности цилиндра. Возьмите лист бумаги (можно из тетради), имеющий форму прямоугольника, и сверните его в форме цилиндра. Площадь листа бумаги мы можем найти, а эта площадь и равна площади боковой поверхности цилиндра.

Представим себе, что поверхность тела, имеющего форму цилиндра, разрежали и развернули, как показано на чертеже 15. Полученная развертка цилиндра состоит из прямоугольника (боковая поверхность цилиндра) и двух одинаковых кругов

Найдем площадь прямоугольника, основанием которого является длина окружности основания цилиндра, а высотой прямоугольника — высота цилиндра

Площадь прямоугольника равна произведению основания на высоту. Основанием в данном прямоугольнике является длина окружности основания цилиндра

Следовательно, *боковая поверхность цилиндра равна произведению длины окружности основания на высоту цилиндра*

Задача Сколько квадратных метров железа пойдет на изготовление цилиндрической трубы, длина которой 5 м, а диаметр равен 1 м?

Решение

1) Найдем длину окружности основания

$$3,14 \cdot 1 = 3,14 \text{ (м)}$$

2) Найдем поверхность цилиндрической трубы

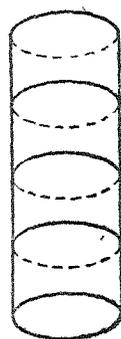
$$5 \cdot 3,14 = 15,7 \text{ (кв м)}$$

Задача Найти объем бака, имеющего цилиндрическую форму, если площадь основания его равна 2 кв м, а высота 4 м

Решение Чтобы найти объем бака, представим, что мы разделили его (черт 16) на цилиндры с данным основанием и высотой в 1 м. Таких цилиндров будет 4, а объем каждого цилиндра будет равен 2 куб м. Следовательно, объем бака равен 2 куб м \cdot 4 = 8 куб м

Правило нахождения объема цилиндра *объем цилиндра равен произведению площади основания цилиндра на его высоту*

Правило нахождения объема цилиндра можно пояснить таким приемом. Разделим цилиндр на 8 равных частей (черт 17) и сложим их так, как показано на чертеже. Получим тело, которое своей формой имеет сходство с параллелепипедом. Если бы мы разделили цилиндр на 16, 32, 64 и т. д. равных частей и затем складывали бы их, как показано на чертеже, то получали бы тело, близкое к параллелепипеду. Примем полученное тело за прямоугольный параллелепипед. Мы знаем, что объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений (длины, ширины и высоты). Длина параллелепипеда равна

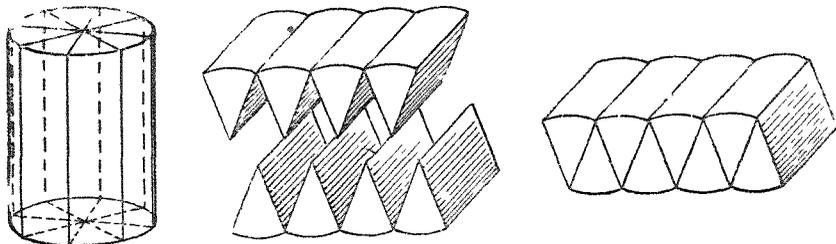


Черт 16

половине длины окружности основания цилиндра, ширина равна высоте цилиндра, а высота параллелепипеда равна радиусу основания цилиндра. Если обозначить радиус основания цилиндра через R , а высоту цилиндра через H , то объем полученного параллелепипеда, а следовательно, и объем цилиндра

$$V = \pi R^2 \cdot H = \pi R^2 H,$$

т. е. *объем цилиндра равен произведению площади основания цилиндра (πR^2) на его высоту (H)*



Черт. 17

Приведем образец решения задачи на нахождение объема цилиндра

Задача Найти объем цилиндра, если радиус основания равен $0,5$ м, а высота цилиндра 5 м

Решение

1) Найдем площадь основания цилиндра

$$3,14 \cdot 0,5^2 = 0,785 \text{ (кв м)}$$

2) Найдем объем цилиндра $0,785 \cdot 5 = 3,925 \text{ (куб м)}$

Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 831, 832, 833, 834, 835, 837, 839, 840, 841.

Примечание В своей деятельности человек производит измерения величин с определенной точностью, отличающейся друг от друга в различных случаях. Производя измерение величины, надо всегда подумать о том, с какой точностью следует его выполнить

Приведем примеры Длины расстояний на земле и по водным пространствам указываются в километрах. Считают, что расстояние от Москвы до Ленинграда 651 км, длина Волго-Донского канала 101 км, т. е. измерения произведены с точностью до километра. Портной при пошивке платья производит измерения с точностью до одного сантиметра, миллиметры он не принимает во внимание. На часовых же заводах интересуются и тысячными долями миллиметра.

При взвешивании товара в продовольственном магазине принимают во внимание только граммы, не обращая внимания на

доли грамма (дециграммы и сантиграммы), но в аптеке при изготовлении лекарства измеряют вес с помощью долей грамма.

Приведенные примеры показывают, что, измеряя величины, надо точность измерения брать в зависимости от содержания и цели измерения

Вопросы для самопроверки.

1 Какими единицами измеряются длина окружности? площадь круга?

2 Как изменится длина окружности, если ее диаметр увеличить в 2 раза? Если её радиус уменьшить в 3 раза?

3 Как изменится площадь круга, если её радиус увеличить в 2 раза? Если радиус уменьшить в 3 раза?

4 Высоту цилиндра увеличили втрое. Как надо изменить радиус основания, чтобы боковая поверхность цилиндра осталась неизменной?

Занятие 11 Повторение. Решение задачи и примеров на все действия над обыкновенными и десятичными дробями.

Решите из задачника Пономарева и Сырнева примеры № 886, 887, 889, задачи на повторение свойств целых чисел № 891, 892, 893, устно № 894, 898, 899, письменно № 902, 903, 905, 906, 908, задачи на повторение дробей № 910, 912, 913, 915, 917, 918, 920, 922, 924, 927, 931, 934, 938, 940, 945, 946, 949, 953, 957, 959, 961, 962

При решении упражнений № 892, 893 помнить, что если натуральное число обозначается буквой n , тогда число, делящееся на 5, иначе — общий член множества чисел, кратных 5, будет записываться так $5n$, а число, делящееся на 11 — $11n$ и т. д.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

1 Выполнить указанные действия

$$1,8 - 0,8 \left(\frac{25}{36} + 0,016 : 0,12 + 0,1 \cdot 4 \frac{2}{9} \right) - 6 \frac{4}{25} : 25 \frac{2}{3} + 0,6$$

$$\left[\frac{2}{3} : 2 \frac{8}{19} + 0,125 : 0,25 + (10 - 22 : 2,3) \cdot 0,9 \right] \cdot 0,6 - 0,2$$

2 Проверить распределительный закон умножения на примере умножения 0,24 на сумму чисел 2,25 и 6,25

3 После того, как первый тракторист вспахал 0,2, а второй тракторист 0,3 намеченного им по плану числа гектаров земли, каждому осталось вспахать 168 га. Сколько гектаров земли должен вспахать каждый тракторист?

4 Со станции *A* и *B*, расстояние между которыми 26,6 км вышли навстречу друг другу (по параллельным путям) два поезда, до места встречи поезд, вышедший из *A*, прошел на 1,4 км меньше, чем другой поезд. Сколько километров в час проходил каждый поезд, если до встречи поезд из *A* шел 15 минут, а поезд из *B* вышел на 1 минуту раньше, чем поезд из *A*?

5. На уборке улицы работают две машины. Одна из них может убрать всю улицу за 40 минут, другой для выполнения той же работы надо 75% этого времени. Уборку начали обе машины одновременно и работали вместе четверть часа. Затем вторая машина прекратила работу. Сколько потребуется времени одной первой машине, чтобы закончить уборку улицы?

6 Начертить квадрат и внутри него окружность так чтобы она касалась его сторон. Вычислить а) на сколько больше периметр квадрата, чем длина окружности (с точностью до 1 мм) и б) отношение площади квадрата к площади круга (с точностью до 0,1)

7 Определить количество дождевой воды (в гоннах), упавшей на участок земли, имеющей форму прямоугольника длиной 1,2 км шириной 0,75 км если дождь дал слой осадков высотой 3,6 мм

8 Завод за год выполнил 107% годового плана. За третий квартал он выполнил $\frac{4}{7}$ того, что выполнил за первые два квартала, а за четвертый квартал выполнил 30% годового плана. Зная, что за третий квартал завод выработал продукции на 2800 тысяч рублей, определить, на какую сумму завод должен был дать продукции по плану за год

ЗАЧЕТНАЯ РАБОТА № 4

1 Написать определение десятичной дроби

2 Сформулировать правила сложения и вычитания десятичных дробей. Привести примеры

3 Сформулировать правила умножения и деления десятичных дробей. Привести примеры

4 Записать, что понимается под фразами «приближенное частное с недостатком», «приближенное частное с избытком».

5 Изложить, какие обыкновенные дроби можно представить в виде конечных десятичных дробей, и способы преобразования

6 Изложить, как получены формулы для нахождения длины окружности и площади круга

7 Изложить, как найти поверхность и объем цилиндра

8 Выполнить указанные действия

$$1,75 - 1 \frac{11}{17} \cdot \frac{51}{56} + 0,75 : \left[4 - 1,2 \left(3,25 - 1 \frac{1}{12} + 6 \frac{2}{3} : 20 \right) \right]$$

$$0,96 + \left[\left(\frac{11}{18} - \frac{1}{15} \right) : 1,4 - 0,8 \right] \cdot (0,128 : 0,32 + 25 - 0,002)$$

9 Проверить сочетательный закон умножения на примерс произведения чисел 5,12, 62,5 и 0,125

10 Сумма длин главнейших каналов мира — Беломорско-Балтийского имени Сталина, канала имени Москвы, Суэцкого и Панамского составляет 601,9 км Панамский канал короче канала имени Москвы на 46,9 км, Суэцкий — длиннее канала имени Москвы на 37,8 км, а Беломорско-Балтийский длиннее Суэцкого канала на 61 2 км Какова длина каждого канала?

11 Высчитать, сколько нужно запаста кормов для колхозной фермы, насчитывающей 150 дойных коров, на 175 дней, при ежедневном отпуске на каждую корову отрубей 0,4 кг, жмыха 0,3 кг и муки 0,5 кг

12 Из пунктов А и В расстояние между которыми 43,8 км, вышли навстречу друг другу два автобуса До места встречи первый автобус, вышедший из А, прошел на 11,4 км больше второго автобуса, вышедшего из В Сколько километров в час проходил каждый автобус если первый автобус шел до встречи 0,75 часа, а второй автобус вышел на 25 минут позже, чем первый автобус?

13 Одна бригада может убрать все поле за 8 дней Другой бригаде для выполнения той же работы надо 75% этого времени Сначала работала первая бригада в течение одного дня, затем к ней присоединилась другая, и обе вместе закончили работу Сколько дней работали обе бригады вместе?

14 Сколько ведер воды надо вылить на огород, имеющие форму прямоугольника, длиной 24,6 м и шириной 16,75 м, чтобы оросить его так, как орошает дождь, дающий слой осадков высотой 42 мм, если ведро содержит 12,3 куб дм?

15 Завод, шефствующий над колхозом, обязался за 4 месяца радиофицировать все дома колхозников За первый месяц были радиофицированы $\frac{1}{4}$ всех домов, за второй — $\frac{4}{9}$ оставшихся домов, за третий месяц были радиофицированы 32 дома, а последние оставшиеся 15% домов были радиофицированы за четвертый месяц. Сколько домов были радиофицированы за все время?

ЗАДАНИЕ VII

ПРОЦЕНТЫ

З а н я т и е 1 Повторение пройденного в V классе.

1 Повторите по учебнику Киселева § 2, 20, 21, 27, 33, 38, 39, 40, 42, 43, 45, 58, 59, 63, 64, 77

Решите задачи

а) Может ли человек прожить миллион часов? Миллион минут? Сколько лет составит миллиард секунд?

б) Найти сумму данных чисел, пользуясь переместительным и сочетательным законами (устно).

$$\begin{aligned} &49 + 29 + 87 + 31 + 51 + 13, \\ &18 + 38 + 27 + 12 + 23; \\ &1528 + 457 + 272 + 543. \end{aligned}$$

в) Произвести действия двумя способами

$$\begin{aligned} &4098 + (1765 + 7902), \\ &(5063 + 1395) + 4937 \end{aligned}$$

г) Вычислить устно:

$$\begin{aligned} &587 \quad 25 \cdot 125 \cdot 4 \cdot 8 \\ &44 \quad 25 \quad 63 \cdot 8 \cdot 125 \end{aligned}$$

2 Повторите по учебнику Киселева § 116, 118, 119, 121, 127, 129, 130, 137, 143, 151, 159, 168, 169, 171, 175, 176, 178

Рассмотрите решение следующей задачи

З а д а ч а Вдоль полотна железной дороги идет тропинка. Поезд, длина которого $36\frac{2}{3}$ м, движется со скоростью 30 км в час, в 14 час 10 мин поезд догнал пешехода, шедшего по

тропинке в том же направлении, и шел мимо него в течение 5 сек. В 14 час 16 мин 1 сек поезд встретил другого пешехода, шедшего навстречу, и шел мимо него в течение 4 секунд. Найти момент встречи пешеходов и скорость каждого из них.

Решение

1) Какой путь пройдет поезд за 1 сек? за 5 сек? за 4 сек?

$$\frac{30}{60} \cdot \frac{1000}{60} = \frac{25}{3} = 8 \frac{1}{3} \text{ (м)}, \quad 8 \frac{1}{3} \cdot 5 = 41 \frac{2}{3} \text{ (м)};$$

$$8 \frac{1}{3} \cdot 4 = 33 \frac{1}{3} \text{ (м)}.$$

2) Сколько метров пути проходил каждый пешеход в 1 сек?

$$\left(41 \frac{2}{3} - 36 \frac{2}{3}\right) : 5 = 1 \text{ (м)}, \quad \left(36 \frac{2}{3} - 33 \frac{1}{3}\right) : 4 = \frac{5}{6} \text{ (м)}$$

3) Сколько времени шел поезд от первого пешехода до второго?

$$14 \text{ час } 16 \text{ мин. } 1 \text{ сек} - 14 \text{ час } 10 \text{ мин} = 6 \text{ мин } 1 \text{ сек} = 361 \text{ сек}$$

4) Каково было расстояние между пешеходами в 14 час 10 мин?

$$\left(8 \frac{1}{3} + \frac{5}{6}\right) \cdot 361 = 9 \frac{1}{6} \cdot 361 \text{ (м)}$$

5) Когда встретились пешеходы?

$$14 \text{ час } 10 \text{ мин} + \frac{9 \frac{1}{6} \cdot 361}{1 + \frac{5}{6}} \text{ сек} = 14 \text{ час } 10 \text{ мин} +$$

$$+ 30 \text{ мин } 5 \text{ сек} = 14 \text{ час } 40 \text{ мин. } 5 \text{ сек}$$

3) Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 865, 868, 869, 874, 871

4) Повторите занятие 4 из задания V (площадь треугольника), занятие 10 из задания VI (длина окружности, площадь круга, объем цилиндра)

Решите задачи

а) Диаметр ворота колодца 0,2 м. Чтобы поднять со дна ведро воды, нужно сделать 20 оборотов ворота. Какова глубина колодца (с точностью до 0,1 м)

б) Окружность дерева 1,57 м. Чему равна толщина дерева?

- в) Круглая клумба диаметром в 5 м окружена дорожкой шириной 0,8 м. Найдите площадь дорожки.
- г) Найдите объем вашей комнаты.
- д) Аквариум прямоугольной формы наполнен до $\frac{3}{5}$ его высоты. Длина аквариума $1\frac{1}{2}$ м, ширина $\frac{4}{5}$ м, высота $\frac{1}{4}$ м. Сколько воды налито в аквариум?
- е) Площадь доннышка консервной банки равна 80 кв см. Какова высота банки, если вместимость ее равна 1 л?

Вопросы для самопроверки.

1. Какие числа называются натуральными?
2. Чисел бесконечное множество, а сколько же требуется слов для названия чисел?
3. В чем различие между цифрой и числом?
4. Скажите признаки делимости на 2, 3, 4, 5, 9, 8, и 12?
5. Каким действием находится часть от целого? целое от части?
6. Какие правила вы знаете для деления дробей? Какое правило может явиться обобщающим для всех правил деления?
7. Что вы понимаете под фразами «приближенное частное с недостатком», «приближенное частное с избытком»?
8. Какие обыкновенные дроби обращаются в конечные десятичные?
9. Какая дробь называется периодической десятичной дробью?
10. Как найти величину поверхности вашей комнаты для производства побелки?

Занятие 2 Понятие о проценте. Нахождение процентов данного числа.

1 Прочтите по учебнику Киселева § 138, 139

Замечание а) Из § 138 следует, что в окружающей жизни (в быту, производстве и науке) очень часто применяются сотые доли, они получили особое название — *проценты*. Из определения следует, что *проценты представляют собой десятичные дроби со знаменателем 100* и поэтому проценты нетрудно выразить в виде десятичной дроби и обратно, например $35\% = 0,35$; $0,53 = 53\%$. Более редко встречаются тысячные доли, одна тысячная доля называется *промилле* и обозначается ‰

Например $5\text{‰} = 0,005$, $23\text{‰} = 0,023$

Весьма полезно запомнить следующую таблицу

$$10\% = 0,1 = \frac{1}{10}, \quad 2\% = 0,02 = \frac{1}{50},$$

$$20\% = 0,2 = \frac{1}{5}; \quad 2\frac{1}{2}\% = 0,025 = \frac{1}{40},$$

$$25\% = 0,25 = \frac{1}{4}, \quad 4\% = 0,04 = \frac{1}{25},$$

$$50\% = 0,5 = \frac{1}{2}, \quad 5\% = 0,05 = \frac{1}{20},$$

$$75\% = 0,75 = \frac{3}{4}; \quad 12\frac{1}{2}\% = 0,125 = \frac{1}{8},$$

б) В учебнике Киселева (§ 139) указан прием нахождения процентов данного числа при помощи замены процентов обыкновенной дробью

Укажем в т о р о н с п о с о б, который по технике вычислений значительно проще, чем способ, рассмотренный в учебнике Киселева. Рассмотрим решение задачи 1 (§ 139) из учебника Киселева. При заказе костюма стоимостью, в 240 руб заказчик внёс 15% в виде задатка; найти сумму задатка

1) Выразим 15% в виде десятичной дроби $15\% = 0,15$

2) Найдем 0.15 от 240 $240 \cdot 0,15 = 36$ (руб)

2. Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 963, 964, 966, 968, 969, 972, 973, 974, 976.

Вопросы для самопроверки

- 1 Что называется «процентом»?
- 2 Что называется «промилле»?
- 3 Как выразить проценты в виде десятичной дроби?
- 4 Какими способами можно найти несколько процентов данного числа?
- 5 Что больше 20% от 15 или 15% от 20?

З а н я т и е 3 Нахождение числа по данным его процентам.

1 Прочтите по учебнику Киселева § 149

Из § 149 хорошо уясните, почему нахождение числа по его процентам выполняется при помощи деления. Рассмотрите решение задачи вторым способом.

Задача Мясо теряет при варке около 35% своего веса. Сколько нужно взять сырого мяса, чтобы получить 520 г вареного?

1) Узнаем, сколько процентов составляет вареное мясо от сырого $100\% - 35\% = 65\%$.

2) Выразим проценты в десятичной дроби $65\% = 0,65$.

- 3) Зная, что 0,65 составляют 520 г, найдем целое
 $520 : 0,65 = 800$ (г).

2 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 977, 978, 979, 981, 982, 983, 984, 986, 987.

Вопросы для самопроверки.

1. Каким действием находится число по данным его процентам (т. е по его дроби)?
2. Какими способами можно найти число по данным его процентам?

З а н я т и е 4 Нахождение процентного отношения двух чисел.

1 Прочтите по учебнику Киселева § 157

Рассмотрим решение задачи на нахождение процентного отношения вторым способом

Задача В классе из 38 учеников отличников 7 Каков процент отличников в классе?

- 1) Найдём, какую часть 7 составляет от 38

$$7 : 38 \approx 0,184$$

- 2) Выразим десятичную дробь в процентах

$$0,184 = 18,4\%$$

2 Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 989, 990, 991, 992, 996, 997, 998, 1000, 1001, 1005, 1008

Вопросы для самопроверки

- 1 Что называется отношением двух чисел?
- 2 Что называется процентным отношением двух чисел?
3. Каким способом можно найти процентное отношение двух данных чисел?

З а н я т и е 5 Решение более сложных задач на проценты.

1 Рассмотрите решение следующих более сложных задач на проценты

Задача № 1014(2) Размеры прямоугольной заготовки для изготовления дверцы холодильника были 874×1250 кв мм. Её вырезали из стандартного металлического листа размером 1150×1400 кв мм Рабочие нашли, что размер заготовки можно уменьшить до 820×1230 кв мм и вырезать её из листа размером 850×1300 кв мм Какой процент составили обрезки метал-

та в том и другом случае? На сколько процентов уменьшилось количество обрезков во втором случае по сравнению с первым?

Решение

1) Какова площадь листа, из которого вырезали заготовку?

$$1\,150 \times 1\,400 = 1\,610\,000 \text{ (кв мм)} = 16\,100 \text{ (кв см)}$$

2) Какова площадь заготовки?

$$874 \times 1250 = 1\,092\,500 \text{ (кв мм)} = 10\,925 \text{ (кв см)}$$

3) Какова площадь обрезков?

$$16\,100 - 10\,925 = 5\,175 \text{ (кв см)}$$

4) Сколько процентов от всего листа составляют обрезки?

$$\frac{5\,175 \cdot 100}{161\,000} \approx 32,1\%$$

5) Какова площадь листа, из которого стали вырезать заготовку?

$$850 \times 1300 = 1\,105\,000 \text{ (кв мм)} = 11\,050 \text{ (кв см)}$$

6) Какова площадь новой заготовки?

$$820 \times 1230 = 1\,008\,600 \text{ (кв мм)} = 10\,086 \text{ (кв см)}$$

7) Какова площадь обрезков?

$$11\,050 - 10\,086 = 964 \text{ (кв см)}$$

8) Сколько процентов составляют обрезки?

$$\frac{964 \cdot 100}{11\,050} \approx 8,7\%$$

9) На сколько площадь обрезков во втором случае меньше, чем в первом?

$$5\,175 - 964 = 4\,211 \text{ (кв см)}$$

10) На сколько процентов уменьшилось количество обрезков?

$$\frac{4\,211 \cdot 100}{5\,175} \approx 81,4\%$$

Ответ $32,1\%$; $\approx 8,7\%$; \approx на $81,4\%$.

Задача № 1015 (1). Один из передовиков производства выполнил пятилетний план за 3 года 4 месяца. На сколько процентов он перевыполнил план, намеченный на 3 года и 4 месяца?

Решение Примем величину пятилетнего плана за единицу и найдем, какую часть этого плана составляют 3 года и 4 месяца 5 лет равны 60 месяцам, а следовательно, за один месяц рабочий должен был выполнять $\frac{1}{60}$ часть плана

1) Какую часть плана рабочий должен был выполнить за 3 года и 4 месяца? $\frac{1}{60} \cdot 40 = \frac{2}{3}$

2) На какую часть рабочий перевыполнил план, намеченный на 3 года и 4 месяца? $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

3) На сколько процентов рабочий перевыполнил план?

$$\left(\frac{1}{3} : \frac{2}{3}\right) \cdot 100 = 50\%$$

Ответ На 50%

Задача № 1026(1). На заводе 20% всех станков были переведены на повышенные скорости, благодаря чему производительность станка повысилась на 80%. На сколько процентов повысился выпуск продукции на заводе? Сравните с производительностью лучших станков

Решение 1) Сколько станков стали работать на повышенных скоростях?

$$\frac{100 \cdot 20}{100} = 20 \text{ (станков)}$$

2) На сколько процентов выполняется план на станке, работающем с повышенной скоростью? $100\% + 80\% = 180\%$

3) Сколько единиц продукции вырабатывают на таком станке?

$$\frac{100 \cdot 80}{100} = 80 \text{ (единиц)}$$

4) Сколько единиц продукции выпускал завод раньше?

$$100 \cdot 100 = 10\,000 \text{ (единиц)}$$

5) Сколько единиц продукции выпускает завод теперь?

$$100 \cdot 80 + 180 \cdot 20 = 8000 + 3600 = 11\,600 \text{ (единиц)}$$

6) На сколько увеличился выпуск продукции?

$$11\,600 - 10\,000 = 1\,600 \text{ (единиц)}$$

7) На сколько процентов увеличился выпуск продукции?

$$\frac{1600 \cdot 100}{10\,000} = 16\%$$

Ответ На 16%

2 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 1010, 1012, 1014 (1), 1015(2), 1017, 1018, 1021, 1025, 1026(2), 1028, 1029, 1031, 1032

З а н я т и е 6 Решение задач на сплавы

Золото и серебро при изготовлении из них изделий никогда не бывают без примеси других металлов. Эта примесь из других металлов (чаще всего медь) называется *лигатурой*.

Пробой золота или серебра называется отношение веса чистого золота или серебра к весу всего сплава. В метрической системе мер проба выражается в тысячных долях (промиллях). Например, проба золота 850 показывает, что 0,850 всего сплава составляет золото, а остальные 0,150 сплава составляет лигатура.

Рассмотрим решение двух видов задач на сплавы.

Первый вид задач на сплавы

Задача. Сплавляли два слитка серебра различной пробы и слиток меди. Серебра 800-й пробы было 700 г, серебра 560-й пробы 500 г и меди 900 г. Какой пробы получился сплав?

Решение.

1) Сколько чистого серебра содержится в 700 г серебра 800-й пробы?

$$700 \text{ г} \cdot 0,8 = 560 \text{ г}$$

2) Сколько чистого серебра содержится в 500 г серебра 560-й пробы?

$$500 \text{ г} \cdot 0,56 = 280 \text{ г}$$

3) Сколько чистого серебра содержит весь сплав?

$$560 \text{ г} + 280 \text{ г} = 840 \text{ г}$$

4) Чему равен вес сплава?

$$700 \text{ г} + 500 \text{ г} + 900 \text{ г} = 2100 \text{ г}$$

5) Какой пробы получился сплав?

$$\frac{840}{2100} = 0,4, \text{ или } 400 \text{ и пробы}$$

Решите следующие задачи.

1 Сплавляли серебряный слиток весом 5 кг 860-й пробы и 375 г меди. Какой пробы получился сплав?

2 Сплавляли 180 г золота 920-й пробы и 100 г золота 752-й пробы. Какой пробы получился сплав?

3 Сплавляли 25 г золота 840-й пробы и 12,5 г золота 710-й пробы Какой пробы получился сплав?

Второй вид задач на сплавы

Задача Сколько надо прибавить меди к 5 г золота 840 й пробы, чтобы получить золото 750-й пробы?

Решение с пояснением

1) Узнаем, сколько чистого золота содержится в 5 г золота 840-й пробы

$$5 \text{ г} \cdot 0,84 = 4,2 \text{ г}$$

2) Так как 4,2 г чистого золота составят в сплаве 0,75 его веса, узнаем, каков будет вес всего сплава

$$4,2 \text{ г} \cdot 0,75 = 5,6 \text{ г}$$

3) Зная вес всего сплава и вес золота 840-й пробы, содержащегося в сплаве, найдем вес меди

$$5,6 \text{ г} - 5 \text{ г} = 0,6 \text{ г}$$

Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 1232, 1233 1234, 1235

Вопрос для самопроверки

Что называется пробой сплава?

Занятие 7 Решение задач на смешение жидкостей

Различные кислоты и спирт в чистом виде почти не употребляются. Обычно они являются растворами, т. е. содержат воду.

Крепостью спирта или кислоты называется число, показывающее, сколько процентов всего раствора (или смеси) составляет вес чистого спирта или кислоты. Крепость спирта или кислоты, помимо выражения в процентах, часто выражается и в градусах.

Понятие градус в задачах равнозначно понятию процент. Если говорят, что вино содержит 40 градусов крепости, то это значит, что в 100 весовых частях вина содержится 40 весовых частей чистого спирта.

Задачи на смешение жидкостей, как и на сплавы, бывают двух видов. Приведем образцы их решения.

Первый вид задач на смешение жидкостей

Задача Смешали 9 кг 60-процентной кислоты с 1 кг воды. Какова крепость полученной кислоты?

Решение

1) Сколько чистой кислоты содержится в 9 кг 60-процентной кислоты?

$$9 \text{ кг} \cdot 0,6 = 5,4 \text{ кг}$$

2) Сколько будет смеси?

$$9 \text{ кг} + 1 \text{ кг} = 10 \text{ кг}$$

3) Какова крепость полученной кислоты?

$$\frac{5,4}{10} \cdot 100 = 54 (\%)$$

Решите задачи

1 Смешали 8 л 60-градусного спирта с 4 л 90-градусного. Какой крепости получилась смесь?

2 Смешали 10 л 60-процентной соляной кислоты с 4 л 95-процентной кислоты. Какой крепости получилась смесь?

3 Какой крепости спирт получится от смешения 100 л 60-градусного спирта, 60 л 52-градусного спирта и 180 л 40-градусного спирта?

Второй вид задач на смешение жидкостей

Задача Смешали 30-процентный раствор борной кислоты с 15-процентным и получили 450 г 20-процентного раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

Решение

1) $450 \cdot 0,2 = 90$ (г), 90 г чистой борной кислоты содержится в смеси

2) $450 \cdot 0,15 = 67,5$ (г), 67,5 г чистой борной кислоты содержится в 450 г 15-процентной кислоты

3) $0,3 - 0,15 = 0,15$, на 0,15 г чистой борной кислоты содержится в 1 г 30-процентной кислоты больше, чем в 1 г 15-процентной кислоты

4) $90 - 67,5 = 22,5$ (г), на 22,5 г содержится чистой кислоты больше в смеси, чем в 450 г 15-процентной кислоты.

5) $22,5 \cdot 0,15 = 3,375$ (г), 3,375 г было взято 30-процентной кислоты.

6) $450 - 150 = 300$ (г), 300 г было взято 15-процентной борной кислоты

Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 1238 и 1239

Занятие 8 Простейшие диаграммы.

Человеку в своей деятельности приходится часто сравнивать однородные величины. В целях доходчивости изложения изу-

чаемых фактов прибегают к наглядному сравнению с помощью так называемых диаграмм

Диаграммой называется графическое изображение величин

Диаграммы выполняют обычно в виде геометрических образов — отрезков, прямоугольников, секторов круга. Иногда диаграммы дополняют рисунком, фотографией и т. д.

Столбчатые или прямоугольные диаграммы применяются, когда нужно показать изменение какой-нибудь величины или сравнить несколько однородных величин, не составляющих целого (урожай с 1 га в разных колхозах, производительность различных рабочих и т. д.)

Секторные диаграммы применяются, когда нужно сравнить составные части какой-нибудь величины (состав населения по возрасту, части света и т. д.)

Познакомимся с построением диаграмм, изображаемых отрезками, и диаграмм, изображаемых при помощи круга

Построение линейных диаграмм

Предположим, что требуется построить диаграмму крупнейших каналов мира. Мы должны изобразить длину каждого канала в виде отрезка, причем длины отрезков должны быть взяты в одном и том же масштабе.

Отрезки на диаграмме иногда располагают вертикально, а иногда горизонтально, в зависимости от смысла изображаемых величин. Так, например, сравнивая величины путей (каналы, реки, железные дороги и т. д.), удобнее придавать отрезкам горизонтальное положение, а сравнивая различные высоты или рост промышленности, лучше придавать отрезкам вертикальное положение.

Чтобы построить диаграмму, крупнейших каналов мира, надо прежде всего, ознакомившись с данными о длинах каналов, выбрать масштаб, а затем чертить горизонтальные отрезки одинаковой толщины и соответствующей длины. Покажем на примере

Крупнейшие каналы мира (в км длины)

1 Беломорско-Балтийский канал имени И. В. Сталина	227
2 Суэцкий канал	164
3 Канал им. Москвы	128
4 Волго-Донской канал им. В. И. Ленина	101
5 Панамский канал	81

Для данной диаграммы, изображаемой в тетради, масштаб целесообразнее взять в 1 см — 80 км. Тогда диаграмма изображится так (черт. 18).

-  Панамский — 81 км
-  Волго-Донской им В И Ленина — 101 км
-  Канал им Москвы — 128 км
-  Суэцкий — 164 км
-  Беломорско-Балтийский им И В Сталина — 227 км

Черт 18

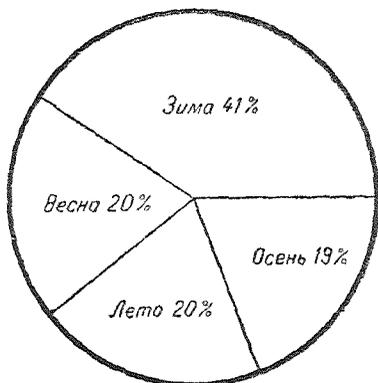
Построение круговых диаграмм

Если в круге провести несколько радиусов, то они разделят круг на части, называемые секторами. Этими-то секторами и изображаются величины изучаемого явления. Рассмотрим построение следующей диаграммы.

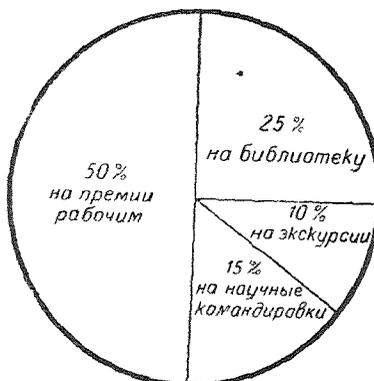
Задача. Продолжительность времён года по сезонным наблюдениям в Московской области следующая: весна 73 дня, лето 71 день, осень 70 дней и зима 151 день. Изобразить это графически с помощью круговой диаграммы.

1) Выразим в процентах продолжительность каждого времени года, считая, что год (365 дней) соответствует 100%. Тогда продолжительность весны составит 20% года, лета 20%, осени 19% и зимы 41% (Вычислено с точностью до 1%).

2) Приняв площадь круга за 100 частей, делим её на соответствующие секторы и получим диаграмму (черт 19).



Черт 19



Черт 20

У п р а ж н е н и е

Завод получил 600 тыс руб за перевыполнение плана. Эта премия была распределена так, как показано на чертеже 20.

Найти, какая сумма была выделена на премии рабочим? на библиотеку? на экскурсии? на научные командировки?

Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 971, 1002, 1003, 1004 и 1024.

Вопросы для самопроверки

- 1 Что называется диаграммой?
- 2 Как построить линейную диаграмму?
- 3 Как построить круговую диаграмму?

З а н я т и е 9 Решение задач и примеров на все разделы пройденного курса.

Рассмотрите образцы решений примера и задач.

1 Пример

$$\frac{14 \frac{2}{5} : \left(7 \frac{1}{12} + 2,15 - 5 \frac{19}{30}\right) - \left(12 \ 6 \frac{2}{13}\right) \cdot \left(8 \frac{8}{15} : 8\right)}{33,948 - 8,19 : 0,975 \cdot \left(2,6025 : \frac{3}{4}\right)}$$

Решение

- | | |
|--|---|
| 1) $7 \frac{1}{12} + 2 \frac{3}{20} - 5 \frac{19}{30} = 3 \frac{3}{5}$, | 6) $4 - 2 \frac{2}{25} = 1 \frac{23}{25}$; |
| 2) $14 \frac{2}{5} : 3 \frac{3}{5} = 4$; | 7) $8,19 : 0,975 = 8,4$, |
| 3) $12 \ 6 \frac{2}{13} = \frac{39}{20}$, | 8) $2,6025 : 0,75 = 3,47$, |
| 4) $8 \frac{8}{15} : 8 = 1 \frac{1}{15}$, | 9) $8,4 \cdot 3,47 = 29,148$, |
| 5) $\frac{39}{20} \cdot \frac{16}{15} = 2 \frac{2}{25}$, | 10) $33,948 - 29,148 = 4,8$; |
| | 11) $1 \frac{23}{25} : 4,8 = 0,4$ |

О т в е т -0,4

2 Решите задачи

Задача 1. Пионеры школы собрали за 3 дня несколько килограммов желудей. В первый день они собрали 40% всего количества желудей (по весу), во второй день $\frac{7}{12}$ того, что было собрано в первый день, а в третий день остальные желуди. Сколько всего килограммов желудей собрали пионеры за три дня, если в третий день они собрали на 98,4 кг больше, чем во второй день?

Решение

Примем всё количество (по весу) собранных пионерами желудей за условную единицу. Тогда в первый день пионеры собрали 0,4 всего количества желудей.

1) Какая часть всего количества желудей собрана во второй день?

$$0,4 \cdot \frac{7}{12} = \frac{7}{30}.$$

2) Какая часть желудей собрана в третий день?

$$1 - \frac{2}{5} - \frac{7}{30} = \frac{11}{30}.$$

3) На какую часть всего количества желудей собрано в третий день больше, чем во второй?

$$\frac{11}{30} - \frac{7}{30} = \frac{2}{15}$$

4) Сколько желудей (по весу) было собрано пионерами за три дня?

$$98,4 : \frac{2}{15} = 738 \text{ (кг)}$$

Проверка. Проверим, удовлетворяет ли полученное решение условию задачи.

1) Найдём сбор в каждый день

$$738 \cdot 0,4 = 295,2 \text{ (кг)}, \quad 738 \cdot \frac{7}{30} = 172,2 \text{ (кг)},$$

$$738 \cdot \frac{11}{30} = 270,6 \text{ (кг)}.$$

2) Найдём, на сколько сбор желудей в третий день больше сбора во второй день

$$270,6 - 172,2 = 98,4 \text{ (кг)}.$$

Ответ верен, так как он удовлетворяет условию задачи.

Задача 2. Из города *A* в город *B*, отстоящий от *A* на 234 км, выехал автомобиль со скоростью 32 км в час. Через $1\frac{3}{4}$ часа после этого из города *B* выехал навстречу первому другой автомобиль, скорость которого на 22,5% больше скорости первого.

Через сколько часов после своего выезда второй автомобиль встретит первый?

Решение

1) Какое расстояние проехал первый автомобиль за $1\frac{3}{4}$ часа?

$$32 \cdot 1\frac{3}{4} = \frac{32 \cdot 7}{4} = 56 \text{ (км)}.$$

2) Какой процент составляет скорость второго автомобиля от скорости первого?

$$100\% + 22,5\% = 122,5\%$$

3) Какова скорость второго автомобиля?

$$32 \cdot 1,225 = 39,2 \left(\frac{\text{км}}{\text{час}} \right)$$

4) На какое расстояние за 1 час приближаются автомобили если они одновременно движутся навстречу друг другу?

$$32 + 39,2 = 71,2 \text{ (км)}$$

5) На каком расстоянии находились автомобили друг от друга в момент выезда второго автомобиля?

$$234 - 56 = 178 \text{ (км)}$$

6) Через сколько часов после своего выезда второй автомобиль встретит первый?

$$178 : 71,2 = 2,5 \text{ (часа)}$$

Проверка 1) Первый автомобиль находился в пути

$$1\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2} = 4\frac{1}{4} \text{ (часа)}.$$

2) Путь, пройденный первым автомобилем, составит

$$32 \cdot 4\frac{1}{4} = 136 \text{ (км)}.$$

3) Путь, пройденный вторым автомобилем, составит

$$39,2 \cdot 2\frac{1}{2} = 98 \text{ (км)}$$

4) Путь от А до В составляет

$$136 + 98 = 234 \text{ (км)}.$$

Итак, полученное решение удовлетворяет условию задачи.

3 Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 1016, 1022, 1033, 1094, 1095, 1212, 1213

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

1 Выполнить указанные действия:

$$\frac{1}{3} : \frac{\left(\frac{3}{5} + 0,425 - \frac{1}{20}\right) : 0,01}{30,75 + \frac{1}{12} + 3\frac{1}{6}} : \frac{2}{3}$$

2 Составить таблицу распределения времени, отводимого вами на выполнение заданий в течение месяца

Учебные предметы	Количество потраченных часов на занятия	В процентах к общему числу часов
Русский язык Литература Математика и т д		

3 В питомнике было 1800 саженцев клёна 85% этих саженцев питомник отправил для озеленения города, а в городе 40% полученных саженцев было посажено в детском парке Сколько деревьев было посажено в детском парке?

4 Одна бригада может выполнить некоторый заказ за 15 дней Другой бригаде на выполнение этого заказа требуется времени на 20% меньше, чем первой, третья бригада может выполнить этот заказ в полтора раза скорее первой Во сколько дней будет выполнен весь заказ при совместной работе всех трёх бригад?

5 Огород имеет форму прямоугольника, длина которого 32 м, ширина 10 м 5% всей площади огорода засеяли морковью, а остальная часть огорода засажена картофелем и луком, причём под картофель отведено площади в 7 раз больше, чем под лук. Сколько земли в отдельности засажено картофелем, луком и морковью?

6 Кружок юных натуралистов заготовил несколько скворечников 20% этих скворечников установлены в школьном саду; $\frac{5}{8}$

всех скворечников установлены в колхозном саду, а остальные скворечники кружок подарил детскому саду Сколько всего скворечников было заготовлено, если известно, что колхозники получили на 18 скворечников больше, чем детский сад?

7 В колхозе луга занимали 240 га, причём заболоченные участки занимали площадь на 40% меньшую, чем участки, пригодные для сенокоса. Колхозу удалось осушить 50 га заболоченных лугов На сколько процентов площадь заболоченных лугов стала меньше площади лугов, пригодных для сенокоса после осушения?

8 В лесных насаждениях происходит самоизреживание, т е количество стволов, приходящих на единицу площади, с течением времени уменьшается. Сколько сосновых деревьев придётся на 1 га к 100 годам жизни леса, если вначале было 10 000 деревьев на 1 га, к 40-летнему возрасту леса осталось только 25% этого числа, а к 100 годам жизни леса осталось только 21,2% тех деревьев, которые остались к 40-летнему возрасту леса?

ЗАЧЕТНАЯ РАБОТА № 1

1 Какими способами можно найти несколько процентов данного числа?

2 Какими способами можно найти число по данным его процентам?

3 Как записать формулой: 1) нахождение нескольких процентов от данного числа? 2) нахождение числа по данным его процентам? 3) нахождение процентного отношения?

4 Как построить: 1) линейную диаграмму? 2) круговую диаграмму?

5 Выполнить указанные действия

$$0,8 : \left(\frac{4}{5} \cdot 1,25 \right) + \frac{\left(1,08 - \frac{2}{25} \right) : \frac{4}{7}}{\left(6 \frac{5}{9} - 3 \frac{1}{4} \right) \cdot 2 \frac{2}{17}} + 1,2 \cdot 0,5 : \frac{4}{5}$$

6 Составить таблицу распределения вашего времени в течение одних суток

Виды работ	Количество часов	В процентах к 24 часам
Производственная работа		
Работа над книгой		
Культурный отдых (чтение, кино, прогулка и т. д.)		
Завтрак, обед и ужин		
Сон		

Составить круговую диаграмму

7 При дезинсекции помещений для хранения зерна применяют 15% раствор каустической соды из расчёта 0,4 л на 1 кв м площади пола и стен. Сколько каустической соды нужно для дезинсекции зернохранилища, если длина его 20 м, ширина 8 м, а высота стен 2,5 м?

8. Между районным и областным центрами 129 км. Из районного центра в областной выезжает в 7 час 20 мин автобус, а в 8 час 50 мин выезжает другой автобус из областного центра в

районный и через $1\frac{1}{4}$ часа встречается с первым. Сколько километров в час проезжает каждый автобус, если второй проезжает в час в среднем на 10% больше первого?

9 Площадь двух лесных участков составляет 370 га, причём площадь второго участка на 15% меньше площади первого. На первом участке вырубали 50 га леса. На сколько процентов площадь второго участка стала больше площади первого?

10 Для получения права участия в сельскохозяйственной выставке колхоз должен был собрать в среднем с одного гектара по 20 ц проса и по 18 ц гороха. После уборки урожая оказалось, что урожай проса на 8% выше указанной нормы, а урожай гороха с 1 га на 1,5 ц меньше, чем урожай проса. На сколько процентов урожай гороха превысил соответствующую норму?

ЗАДАНИЕ VIII

ПРОПОРЦИИ.

З а н я т и е 1 Отношение (повторение).

1 Повторите по учебнику § 156

Понятие «отношение» человек широко применяет в своей производственной практике. Выражения «увеличили выработку в 2 раза», «увеличить в отношении 2 3», «масштаб карты 1 : 50 000», о концентрации растворов и т. д. каждый из вас слышит в общении с другими работниками. Приведём в качестве примеров некоторые задачи, решение которых сводится к нахождению отношения (решите эти задачи).

а) Площадь орошаемых земель в колхозе составляла в 1950 г 12 га, а в 1956 г составит 90 га. Во сколько раз увеличится площадь орошаемых земель в колхозе?

б) При проверке семян на всхожесть из 450 зёрен проросли 435. Определить всхожесть семян (т. е. какая часть семян проросла)?

в) В 500 г раствора содержится 80 г соли. Определить концентрацию раствора.

При решении задач, если члены отношения дробные, то отношение с дробными членами надо заменить отношением целых чисел. Это сделать вполне возможно на основании свойства отношения. «отношение не изменится, если оба его члена умножить или разделить на одно и то же число». Так как при

упрощении отношений приходится пользоваться признаками делимости и нахождением наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного, то необходимо повторить по учебнику § 82—87 и 97, 98, 101 и 102

Рассмотрим свойство замены отношения дробных чисел отношением целых чисел в случае, если члены отношения десятичные дроби, например $0,1 \quad 0,0012$. Умножая оба члена отношения на наименьший общий знаменатель данных дробей, т. е. на 10 000, мы заменяем отношение $0,1 \quad 0,0012$ равным ему отношением $1000 \quad 12$ или, упрощая, $250 \quad 3$.

Если в данном отношении переставить его члены, то получим отношение, называемое обратным для данного

Например, для отношения $2 \quad 3$ обратным отношением является отношение $3 \quad 2$ и, в общем виде, для отношения $a : b$ обратное отношение $b : a$.

2. Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 1034, 1035, 1036, 1037, 1038, 1040, 1042.

Вопросы для самопроверки

1. Перечислите основные свойства отношения
2. На каком свойстве основана замена отношения с дробными членами отношением целых чисел?
3. Назовите несколько отношений, знаменатель которых был бы 3, 8; $2\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$.
4. Назовите отношения, обратные друг другу.
5. Как изменится отношение $\frac{a}{b}$, если a увеличить в 5 раз? a увеличить в 2 раза? b уменьшить в 3 раза? a уменьшить в 4 раза? b увеличить в 2 раза?

Занятие 2 Численный и линейный масштаб.

Понятие о съёмке плана.

Человек в своей практической деятельности, прежде чем построить строение, железную дорогу, предмет и т. д., набрасывает на бумаге план создаваемого строения, предмета и т. д. Естественно, что в подавляющем большинстве нельзя действительные размеры изобразить на плане в натуральную величину, а потому уменьшают все линии при изображении их на плане в некоторое число раз

Степень уменьшения линий на карте или плане по сравнению с действительными размерами их на местности называется масштабом

Масштабы бывают численные (изображаются дробью) и линейные (изображаются чертежом)

Численным масштабом называется дробь, показывающая, какую часть действительной линии на местности составляет соответствующая ей линия на плане или карте, причём числитель этой дроби есть единица

Примеры масштабов для карт 1 : 2 500 000, 1 : 10 000 000 и т.д.; для планов 1 : 100, 1 : 500, 1 : 1000, 1 : 5000.

Примечание Разница между планом и картой состоит в том, что на плане изображаются небольшие участки местности (до 100 м в длину и в ширину), а на карте значительные пространства (свыше 10 000 кв. км)

Тот масштаб, у которого знаменатель больше, называется «более мелким», а тот у которого знаменатель меньше, называется «более крупным», например, масштаб $\frac{1}{1000}$ более крупный, чем масштаб $\frac{1}{25000}$

Отрезок длиной в 1 см на карте в масштабе 1 : 1 000 000 соответствует расстоянию 1 000 000 см = 10 000 м = 10 км

1 Приведем образцы решения задач на нахождение численного масштаба и определения действительного расстояния

Задача Определить численный масштаб карты, если расстояние между предметами на местности равно 975 м, а на карте 3,9 см

Решение.

Согласно определению численного масштаба имеем

$$\frac{3,9}{97\,500} = \frac{3,9}{97\,500} \cdot \frac{3,9}{3,9} = \frac{1}{25\,000}$$

Задача Расстояние между двумя городами на карте равно 20 см. Каково действительное расстояние между ними, если масштаб карты $\frac{1}{10\,000\,000}$?

Решение

Согласно определению численного масштаба отрезку в 1 см на карте соответствует 10 000 000 см = 100 000 м = 100 км на местности. Следовательно, 20 см на карте соответствует на местности 100 км · 20 = 2000 км

Линейным масштабом называется отрезок прямой, по которому можно наглядно, без вычислений, определить по карте или по плану действительные расстояния на местности.

На картах часто даются два масштаба: и линейный, и численный. Линейный масштаб позволяет быстро, без всяких вычис-

лении, определить по карте искомое расстояние в тех единицах которые указаны на масштабе, тогда как численный масштаб позволяет определить это расстояние в любых единицах, не считаясь с тем, в каких единицах длины составлена карта.

2. Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 1043, 1044, 1045, 1046, 1047, 1048, 1049, 1050

Вопросы для самопроверки

- 1 Что такое масштаб?
- 2 Что такое линейный масштаб? численный масштаб?
3. В чем преимущества численного масштаба в сравнении с линейным и наоборот?

З а н я т и е 3 .Пропорции Основное свойство пропорций.

1 Прочтите по учебнику Киселева § 195 и 196

Чтобы проверить, правильно ли записана пропорция, надо найти знаменатель каждого отношения и сравнить знаменатели. Например, чтобы проверить, правильно ли записана пропорция $2,5 : 0,4 = 7,5 : 1,2$, находим знаменатель первого отношения ($2,5 \cdot 0,4 = 6,25$) и знаменатель второго отношения ($7,5 : 1,2 = 6,25$), и так как знаменатели отношений равны, то пропорция записана верно.

Но более удобен другой способ проверки справедливости записанной пропорции. Он основан на основном свойстве пропорции «произведение крайних членов пропорции равно произведению ее средних членов». Проверим пропорцию $2,5 \cdot 0,4 = 7,5 \cdot 1,2$, в пропорции произведение крайних членов ($2,5 \cdot 1,2 = 3$) равно произведению ее средних членов ($0,4 \cdot 7,5 = 3$); значит пропорция справедлива.

Решая примеры на составление пропорции (например, № 1766) из равных произведений, надо делать так, как в рассматриваемом примере.

Пр и м е р: Составить пропорцию, если

$3,8 \cdot 2 = 76 \cdot 0,1$, $3,8 : 0,1 = 76 : 2$, или так $76 : 3,8 = 2 : 0,1$, т. е. надо принять множители одного произведения за крайние члены, а множители второго произведения за средние члены.

2. Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 1051, 1052, 1055, 1056, 1057

Вопросы для самопроверки

- 1 Что называется пропорцией?
2. Составьте несколько пропорций
- 3 Назовите основное свойство пропорции

4 Как проверить справедливость пропорции (укажите два способа)

5 Почему нельзя составить пропорцию из произведений:

$$2 \quad 0 = 0 \quad 0^2$$

З а н я т и е 4 Нахождение неизвестного члена пропорции.

1 Прочтите по учебнику Киселёва § 197

Всякие четыре числа, из которых можно составить пропорцию, называются пропорциональными числами Разыскание неизвестного члена пропорции по трём известным её членам называют поэтому разысканием четвёртого пропорционального. Иначе это называется решением пропорции

Запомните, что число нуль не может быть последующим членом отношения.

Неизвестный член пропорции обозначают буквой x

Рассмотрим решение примера на нахождение неизвестного члена пропорции

Найти x , если $0,3 : \frac{2}{5} x = 1 : 0,01$.

Р е ш е н и е

Заменим отношения дробных чисел отношениями целых чисел; для этого умножим члены первого отношения на 10, а члены второго отношения на 100. Получим

$$3 : 4x = 100 : 1.$$

Найдем неизвестный средний член : $4x = \frac{3 \cdot 1}{100}$.

Найдем x : $x = \frac{3}{4 \cdot 100} = 0,0075$

2 Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 1053, 1054.

Вопросы для самопроверки

1. Какие числа называются пропорциональными?

2. На основании какого свойства пропорции можно переставлять члены пропорции?

3. Как из пропорции с дробными членами получить пропорцию с целыми числами?

4. Как найти неизвестный крайний или неизвестный средний член?

5. Останется ли верной пропорция $16 : 2 = 2 : 0,25$, если оба члена первого отношения умножить или разделить на 2? Если оба крайних члена увеличить в 3 раза? Оба средних члена уменьшить в 4 раза? Оба члена первого отношения увеличить в 2 раза, а оба члена второго отношения увеличить в 3 раза?

ЗАДАНИЕ IX

ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТЬ ВЕЛИЧИН.

З а н я т и е 1 Прямая пропорциональность величин.

1 Прочтите по учебнику § 202

Рассмотрите задачу На пошивку костюма идет 3 м материи Сколько материи пойдет на пошивку 2, 3, 4, 5, 8 и 10 таких же костюмов? Вычислите и результаты запишите в виде таблицы

Количество костюмов	1	2	3	4	5	8	10
Количество материи в метрах	3	6	—	—	—	—	—

Ответьте на следующие вопросы

- Сколько величин рассматривается в задаче?
- Какие из них изменяются и какие остаются постоянными?
- Если одна величина увеличится в 2, 3 и т. д. раз, то как изменится другая величина?

г) Какой вывод можно сделать, сравнивая отношение двух любых числовых значений одной величины с отношением двух соответствующих им числовых значений другой величины?

Из ваших ответов на вопросы в) и г) можно сделать выводы, что 1) во сколько раз увеличится первая величина, во столько же раз увеличится и вторая, и 2) отношение двух любых значений одной величины равно отношению двух соответствующих значений другой величины

Чтобы утверждать, что две величины находятся в прямой пропорциональной зависимости, надо убедиться не только в том, что увеличение (уменьшение) одной величины влечёт за собой увеличение (уменьшение) и другой, но и в том, что *во сколько раз увеличилась (уменьшилась) одна величина, во столько же раз увеличилась (уменьшилась) и другая* Рассмотрение разобранный выше задачи о зависимости между числом костюмов и израсходованной материей показывает, что эти величины находятся в прямой пропорциональной зависимости между собой

Рассмотрим решение следующей задачи

За пересылку телеграммы взимается следующая плата 30 коп за каждое слово и подпешная плата 1 руб за телеграмму Сколько стоит телеграмма из 10, 15, 20 и 30 слов?

Составим таблицу

Число слов	10	15	20	30
Стоимость в руб	4	5,5	7	10

Рассматривая таблицу, можно сделать вывод, что увеличение одной величины в несколько раз влечёт за собой и увеличение другой величины, но не во столько же раз т е число слов в телеграмме и её стоимость не пропорциональны.

2. Прочтите по учебнику § 203

3 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 1058, 1059, 1060, 1061, 1062, 1063.

4 Прочтите по учебнику Киселёва § 203.

5 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 1070, 1071, 1072, 1073, 1074, 1075

Решая указанные задачи, рекомендуем чередовать способ решения, т е если задачу № 1072 решили способом приведения к единице, то задачу № 1074 надо решить способом пропорций.

Вопросы для самопроверки.

Выясните, в каких из следующих примеров две величины находятся между собой в прямой пропорциональной зависимости

1) Скорость движения и пройденный путь за определённый промежуток времени

2) Скорость движения и время, необходимое для прохождения определенного пути

3) Вес муки и вес выпеченного из нее хлеба

4) Сторона квадрата и его площадь

5) Рост человека и его вес

6) Номер этажа и количество ступенек лестницы, ведущей на этот этаж

З а н я т и е 2 Обратная пропорциональная зависимость.

1. Прочтите по учебнику § 205.

Рассмотрите задачу Площадь прямоугольника равна 36 кв. см Чему равна высота прямоугольника, если основание его 2 см, 3 см, 4 см, 6 см, 9 см, 12 см?

Запишем решение в виде таблицы

Основание в см	2	3	4	6	9	12
Высота в см	18	12	9	6	4	3

Ответьте на следующие вопросы:

1) Сколько величин рассматривается в задаче?

2) Какие из них изменяются и какие остаются постоянными?

3) Если одна величина увеличится в 2, 3, 4 и т. д. раз, то как изменится другая величина?

4) Если сравнить отношение двух любых числовых значений одной величины с отношением соответствующих значений другой величины, то какой вывод можно сделать?

Если при рассмотрении зависимости между двумя величинами мы увидим, что при увеличении (уменьшении) значения одной величины значение другой величины уменьшается (увеличивается) и это изменение каждой величины происходит в одно и то же число раз, то говорят, что эти величины находятся в обратно пропорциональной зависимости.

Примером обратно пропорциональной зависимости является разобранный выше зависимость между основанием и высотой прямоугольника при постоянной величине площади.

Рассмотрите решение следующей задачи.

Из колхоза в город вышел пешеход со скоростью 4 км в час. На каком расстоянии от города будет пешеход через 1, 2, 3 и 4 часа после своего выхода из колхоза?

Запишем результаты в виде таблицы.

Время в часах	1	2	3	4
Пройденный путь в км	16	12	8	4

Рассматривая таблицу, мы видим, что хотя с увеличением времени нахождения в пути пешехода расстояние до города будет уменьшаться, но между временем и расстоянием не будет обратно пропорциональной зависимости, так как изменение второй величины не происходит в то же число раз, что и для первой.

2 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 1064, 1065, 1066, 1067, 1068, 1069.

3 Прочтите по учебнику Киселева § 206.

Решая задачу на пропорциональную зависимость посредством пропорции, следует сделать краткую запись её. Записать справа «прямая проп зав» или «обратная проп зав», а лучше обозначить зависимость стрелкой. Покажем на задаче.

Для перевозки груза нужно 10 трехтонных машин. Сколько двухтонных машин смогут перевезти тот же груз?

Краткая запись с обозначением зависимости

$$\begin{array}{l}
 10 \text{ маш } 3 \text{ т} \\
 x \text{ маш. } 2 \text{ т}
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 \text{обратная} \\
 \text{проп. зав.}
 \end{array}
 \right.
 \begin{array}{l}
 x \text{ маш } 2 \text{ т} \\
 \downarrow \\
 10 \text{ маш } 3 \text{ т}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \\
 \text{или лучше}
 \end{array}$$

Если между двумя величинами будет прямо пропорциональная зависимость, то стрелки будут иметь одинаковое направление.

4 Решите из задачника Пономарева и Сырнева № 1076, 1077, 1078, 1079, 1081, 1082, 1083, 1084.

Вопросы для самопроверки

Определить в какой зависимости находятся следующие величины:

- 1) скорость поезда и время, необходимое для пробега определённого пути,
- 2) скорость движения и пройденный путь за определенный промежуток времени,
- 3) количество оборотов ведущего колеса паровоза и его скорость,
- 4) количество телеграфных столбов на данном расстоянии и расстояние между двумя столбами,
- 5) диаметр окружности и ее длина

Занятие 3 Решение более сложных задач на прямую и обратную пропорциональность величин.

1. Рассмотрите решение следующих задач

Задача № 1092 (1) Применяя новые методы работы, бригада штукатуров за 5 месяцев оштукатурила 16 996 кв м. При старых методах эту же работу выполняли за 14 месяцев. На сколько квадратных метров за эти 5 месяцев бригада выработала больше, чем при старых методах работы? На сколько процентов повысилась при этом производительность труда?

Решение 1) Сколько должна была оштукатурить бригада за 5 месяцев по плану?

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & 16\,996 \text{ кв м} - 14 \text{ мес} & \uparrow \\ & x \text{ кв м} - 5 \text{ мес} & \end{array}$$

Так как выработка рабочего и время, в течение которого производилась работа, прямо пропорциональны, то можно составить пропорцию $x : 16\,996 = 5 : 14$

$$x = \frac{16996 \cdot 5}{14} = 6070 \text{ (кв. м)}.$$

2) На сколько квадратных метров был перевыполнен план и на сколько процентов повысилась производительность труда?

$$16996 - 6070 = 10926 \text{ (кв. м)}; \frac{10926}{6070} \cdot 100 = 180\%$$

Ответ: На 10926 кв м, на 180%

Задача № 1094. Благодаря рациональному раскрою металлического листа рабочему удалось выкроить 35 деталей вместо 20. Какой процент экономии металла достигается при этом?

Решение.

Раньше на каждую деталь расходовали $\frac{1}{20}$ листа, а теперь $\frac{1}{35}$ листа. Примем $\frac{1}{20}$ за 100%. Тогда имеем.

$$\begin{array}{ccc} \frac{1}{20} & = & 100\% \\ \uparrow & & \uparrow \\ \frac{1}{35} & = & x \end{array}$$

Составляем пропорции: $\frac{1}{20} \cdot \frac{1}{35} = 100 : x$

$$x = \frac{100 \cdot 20}{35} = \frac{2000}{35} \approx 57,1\%.$$

$$100\% - 57,1\% = 42,9\%.$$

Ответ На 42,9%.

2. Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 1086, 1088, 1089, 1092 (1), 1092 (2), 1094 (2), 1096, 1097, 1099, 1105, 1106

3. Прочтите по учебнику Киселёва § 208.

Задачи на сложную пропорциональную зависимость можно решать двумя способами: способом приведения к единице и способом пропорций. Так как способ пропорций более громоздок, чем способ приведения к единице, то задачи решают в большинстве случаев способом приведения к единице. Рассмотрим несколько задач в той записи, которую необходимо делать заочнику при решении задач.

Задача 1 Для прокорма 8 лошадей на 30 дней требуется 2800 кг сена. На сколько дней хватит 4800 кг сена для прокорма 10 лошадей, если норма выдачи на лошадь одна и та же?

Краткая запись условия:

$$\begin{array}{l} 8 \text{ лошадей} - 2800 \text{ кг} - 30 \text{ дней} \\ 10 \text{ лошадей} - 4800 \text{ кг} - x \text{ дней} \end{array}$$

Запись решения способом приведения к единице

1) Сколько дней можно прокормить 1 лошадь 2800 кг сена?

$$1 \text{ лошадь} - 2800 \text{ кг сена можно прокормить } 30 \cdot 8 \text{ дней}$$

2) Сколько дней можно прокормить 1 лошадь 1 кг сена?

$$1 \text{ лош.} - 1 \text{ кг сена можно прокормить } \frac{30 \cdot 8}{2800} \text{ дней.}$$

3) Сколько дней можно прокормить 1 лошадь 4800 кг сена?

1 лош. — 4800 кг сена можно прокормить $\frac{30 \cdot 8 \cdot 4800}{2800}$ дней.

4) Сколько дней можно прокормить 10 лошадей 4800 кг сена?

10 лош. — 4800 кг сена можно прокормить $\frac{30 \cdot 8 \cdot 4800}{2800 \cdot 10}$ дней.

Следовательно, $x = \frac{30 \cdot 8 \cdot 4800}{2800 \cdot 10} = \frac{288}{7} = 41 \frac{7}{8}$ (дней).

Ответ. 41 день.

Задача 2. На пошивку 6 палаток нужно 120 м брезента шириной в 1,2 м. Сколько метров брезента шириной в 1,5 м нужно на пошивку 4 таких же палаток?

Краткая запись условия

6 палаток — 1,2 м — 120 м,

4 палатки — 1,5 м — x м.

Мы знаем, что количество потребного брезента будет прямо пропорционально числу палаток и обратно пропорционально его ширине.

Запись решения

1) Сколько брезента шириной в 1,2 м нужно для одной палатки?

1 палатка — 1,2 м — $\frac{120}{6}$ м.

2) Сколько брезента шириной в 1,2 м нужно для 4 палаток?

4 палатки — 1,2 м — $\frac{120 \cdot 4}{6}$ м.

3) Сколько брезента шириной в 1 м нужно для 4 палаток?

4 палатки — 1 м — $\frac{120 \cdot 4 \cdot 1,2}{6}$ м.

4) Сколько брезента шириной в 1,5 м нужно для 4 палаток?

4 палатки — 1 м — $\frac{120 \cdot 4 \cdot 1,2}{6 \cdot 1,5}$ м.

Следовательно, $x = \frac{120 \cdot 4 \cdot 1,2}{6 \cdot 1,5} = 64$ м.

Ответ. 64 м

Запомните, что при решении способом приведения к единице надо решение вести в форме вопросов (в отношении искомой величины) (см. разобранные задачи).

4. Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 1108, 1109, 1111, 1112, 1113, 1115, 1117.

З а н я т и е 4 Пропорциональное деление.

(Деление, прямо пропорциональное данным числам)

1 Прочтите по учебнику Киселёва. § 209—212

Рассмотрите решение следующих задач

З а д а ч а № 1133 (2) Латунь представляет собой сплав меди и олова. Сколько меди и сколько олова в 540 г латуни, если количество олова составляет 50% количества меди

Р е ш е н и е Если количество меди принять за единицу, то количество олова будет $\frac{1}{2}$ единицы. Следовательно, 540 г надо разделить прямо пропорционально числам 1 и $\frac{1}{2}$ или 2 и 1.

Все число 540 будет содержать $(2+1)$ долей, а величина доли будет равна $540 : 3 = 180$ (г), это — количество олова. Количество меди — 360 г

О т в е т 180 г и 360 г

З а д а ч а За перевозку трёх грузов было уплачено 948 руб. Первый груз весом в 14 т был перевезён на 30 км, второй в 15 т на 40 км и третий в 16 т на 35 км. Сколько стоит перевозка каждого груза?

Оплата каждого груза будет прямо пропорциональна его весу и расстоянию

При распределении расхода надо исходить из расчёта стоимости перевозки 1 т на расстояние в 1 км (тонно-километр).

Р е ш е н и е.

1) Сколько тонно-километров составил первый груз?

$$14 \cdot 30 = 420$$

2) Сколько тонно-километров составил второй груз?

$$15 \cdot 40 = 600$$

3) Сколько тонно-километров составил третий груз?

$$16 \cdot 35 = 560$$

Следовательно, весь расход надо распределить пропорционально числам 420, 600 и 560, или, если обозначим соответственно стоимость перевозки первого груза через x_1 , второго через x_2 и третьего через x_3 , то получим $x_1 : x_2 : x_3 =$

$= 420 : 600 \cdot 560$ или, упростив $x_1 x_2 x_3 = 21 \ 30 \ 28$. Всего частей $21 + 30 + 28 = 79$

4) Сколько стоит перевозка первого груза?

$$x_1 = \frac{918 \cdot 21}{79} = 252 \text{ (руб.)}$$

5) Сколько стоит перевозка второго груза?

$$x_2 = \frac{948 \cdot 30}{79} = 360 \text{ (руб.)}$$

6) Сколько стоит перевозка третьего груза?

$$x_3 = \frac{948 \cdot 28}{79} = 336 \text{ (руб.)}$$

Проверка $252 + 360 + 336 = 948$ (руб.)

Ответ. 252 руб., 360 руб и 336 руб

2. Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 1120, 1121, 1122, 1123, 1132, 1133 (1), 1134, 1135, 1136

Занятие 5 Пропорциональное деление.

(Деление, обратно пропорциональное данным числам)

1. Прочтите по учебнику Киселева § 213

Приведём решение задачи и её запись

Задача Три колхоза издержали на ремонт моста 7400 руб. Этот расход они распределили так, что каждый колхоз внёс сумму денег, обратно пропорциональную расстоянию его от моста. Первый колхоз расположен в 4 км от моста, второй в 5 км и третий в 6 км. Сколько руб. должен уплатить за ремонт моста каждый колхоз?

Решение

Обозначим взнос первого колхоза через x_1 руб., второго через x_2 руб. и третьего через x_3 руб.

1) Так как величина взноса каждого колхоза будет обратно пропорциональной его расстоянию от моста, то можем записать:

$$x_1 : x_2 : x_3 = \frac{1}{4} : \frac{1}{5} : \frac{1}{6}$$

2) Заменяем отношения дробных чисел отношением целых чисел:

$$x_1 : x_2 : x_3 = \frac{15}{60} : \frac{12}{60} : \frac{10}{60} = 15 : 12 : 10.$$

3) Найдём сумму частей: $15+12+10=37$ (частей)

4) Найдём взнос первого колхоза:

$$x_1 = \frac{7400 \cdot 15}{37} = 3000 \text{ (руб.)}$$

5) Найдём взнос второго колхоза

$$x_2 = \frac{7400 \cdot 12}{37} = 2400 \text{ (руб.)}$$

6) Найдём взнос третьего колхоза:

$$x_3 = \frac{7400 \cdot 10}{37} = 2000 \text{ (руб)}$$

2 Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 1124, 1125, 1126, 1127, 1129, 1138, 1139, 1140, 1142, 1144, 1145, 1146, 1147, 1151.

Занятие 6 Решение задач на все разделы пройденного курса.

1 Рассмотрите решение следующего упражнения

На основании зависимости между компонентами и результатом действий найти x :

$$\left[\left(6 \frac{3}{7} - \frac{0,75x-2}{0,35} \right) \cdot 2 \frac{4}{5} - 1,75 \right] : 0,05 = 165.$$

Решение

Последнее действие в данном равенстве — деление. Известное число (x) входит в состав делимого, тем самым деление является также неизвестным. Известное делимое равно частному (165), умноженному на делитель (0,05):

$$\left(6 \frac{3}{7} - \frac{0,75x-2}{0,35} \right) \cdot 2 \frac{4}{5} - 1,75 = 8,25.$$

Последнее действие — вычитание. Известное входит в состав уменьшаемого. Известное уменьшаемое равно разности (8,25), сложенной с вычитаемым (1,75):

$$\left(6 \frac{3}{7} - \frac{0,75x-2}{0,35} \right) \cdot 2 \frac{4}{5} = 10.$$

Последнее действие — умножение. Известное входит в состав множимого. Известное множимое равно произведению (10), делённому на множитель $\left(2 \frac{4}{5} \right)$

$$6 \frac{3}{7} - \frac{0,75x-2}{0,35} = 3 \frac{4}{7}.$$

Последнее действие — вычитание. Неизвестное входит в состав вычитаемого. Неизвестное вычитаемое равно уменьшаемому $\left(6 \frac{3}{7}\right)$ без разности $\left(3 \frac{4}{7}\right)$

$$\frac{0,75x - 2}{0,35} = 2 \frac{6}{7}$$

Последнее действие — деление. Неизвестное входит в состав делимого. Неизвестное делимое равно частному $\left(2 \frac{6}{7}\right)$, умноженному на делитель (0,35):

$$0,75x - 2 = 1$$

Последнее действие — вычитание. Неизвестное уменьшаемое равно разности (1), сложенной с вычитаемым (2)

$$0,75x = 3.$$

Последнее действие — умножение. Неизвестный множитель равен произведению (3), деленному на множимое (0,75):

$$x = 4$$

Проверка. Подставим в данное нам равенство вместо x его значение 4 и проверим справедливость равенства:

$$\left[\left(6 \frac{3}{7} - \frac{0,75 \cdot 4 - 2}{0,35}\right) \cdot 2 \frac{4}{5} - 1,75\right] : 0,05 = 165$$

$$1) 0,75 \cdot 4 = 3;$$

$$5) 3 \frac{4}{7} \cdot 2 \frac{4}{5} = 10,$$

$$2) 3 - 2 = 1;$$

$$6) 10 - 1,75 = 8,25,$$

$$3) 1 : 0,35 = 2 \frac{6}{7},$$

$$7) 8,25 : 0,05 = 165.$$

$$4) 6 \frac{3}{7} - 2 \frac{6}{7} = 3 \frac{4}{7}, \quad \text{Левая часть равенства равна её правой части.}$$

Ответ $x = 4$.

2. Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 1161, 1162, 1164, 1165, 1167, 1168, 1169, 1170

3. Приведём образец решения сложной задачи на все разделы пройденного курса с записью анализа, плана решения и проверки.

Задача. Три колхоза решили общими силами и средствами построить электростанцию и расходы распределить между собой пропорционально числам $7 \frac{6}{15}$, 4,8 и $2 \frac{1}{2}$. Стоимость здания составляет $\frac{42}{47}$ стоимости машин, а расходы на рабочую силу составляют 25% стоимости здания и машин вместе; кро-

ме того, известно, что расходы на рабочую силу были на 7900 руб меньше, чем на здание. Сколько денег должен был внести каждый колхоз на постройку электростанции?

I Анализ. Чтобы найти расходы каждого колхоза на постройку электростанции, нужно знать 1) стоимость электростанции и 2) распределение расходов. Последнее известно.

Для определения же стоимости электростанции даётся разность в сумме, затраченной на постройку здания и уплаченной рабочим. Этих данных для вычисления стоимости электростанции достаточно.

II План решения.

- 1) Определим стоимость электростанции.
- 2) Определим расходы каждого колхоза.

III Решение с пояснением

- 1) Примем стоимость машины за условную единицу (1)

2) $1 \cdot \frac{42}{47} = \frac{42}{47}$, $\frac{42}{47}$ условной единицы составляет стоимость здания

3) $\left(1 + \frac{42}{47}\right) \cdot 0,25 = 1 \cdot \frac{42}{47} \cdot \frac{1}{4} = \frac{89}{188}$, $\frac{89}{188}$ условной единицы составляет стоимость рабочей силы.

4) $1 : \frac{42}{47} : \frac{89}{188} = 188 : 168 : 89$, $188 : 168 : 89$ — отношение между стоимостями машин, здания и расходов на рабочую силу

5) $168 - 89 = 79$, 79 — разность в частях между стоимостью здания и стоимостью рабочей силы.

6) $7900 \text{ руб.} : 79 = 100 \text{ руб.}$; 100 руб. приходится на одну часть

7) $100 \text{ руб.} (188 + 168 + 89) = 44\,500 \text{ руб.}$; 44 500 руб — стоимость электростанции.

8) $7 \frac{8}{15} : 4,8 : 2 \frac{1}{2} = 226 \quad 144 \quad 75$, следовательно, расходы

между колхозами должны быть распределены пропорционально числам $226 \quad 144 : 75$

9) $44\,500 \text{ руб.} \cdot (226 + 144 + 75) = 100 \text{ руб.}$, 100 руб — расход, приходящийся на 1 часть

10) $100 \text{ руб.} \cdot 226 = 22\,600 \text{ руб.}$, 22 600 руб — взнос первого колхоза

11) $100 \text{ руб.} \cdot 144 = 14\,400 \text{ руб.}$; 14 400 руб — взнос второго колхоза

12) $100 \text{ руб.} \cdot 75 = 7\,500 \text{ руб.}$, 7 500 руб — взнос третьего колхоза

IV. Проверка 1) Найденные суммы удовлетворяют первому условию, так как находятся в отношении $7\frac{8}{15} : 4,8 : 2\frac{1}{2}$
 $22\ 600 : 14\ 400 : 7500 = 226 : 144 : 75 = \frac{226}{30} : \frac{144}{30} : \frac{75}{30} = 7\frac{8}{15} : 4,8 : 2\frac{1}{2}$

2) Стоимость электростанции удовлетворяет условиям задачи, так как, разделив 44 500 руб. пропорционально числам 188 168 · 89, получим стоимость машин 100 руб · 188 = 18 800 руб, стоимость здания 100 руб · 168 = 16 800 руб и стоимость рабочей силы 100 руб · 89 = 8900 руб.

Отсюда стоимость здания составляет $\frac{16\ 800\ \text{руб}}{18\ 800\ \text{руб}} = \frac{42}{47}$ стоимости машин. Полученное отношение удовлетворяет второму условию задачи.

3) Возьмём 25% от стоимости здания и машин вместе. $(18\ 800\ \text{руб} + 16\ 800\ \text{руб}) \cdot 0,25 = 8900\ \text{руб}$ и найдём разность в стоимости здания и рабочей силы $16\ 800\ \text{руб} - 8900\ \text{руб} = 7900\ \text{руб}$. Удовлетворено и третье условие.

Итак, найденное решение удовлетворяет всем условиям задачи; значит, задача решена верно.

4. Решите из задачника Пономарёва и Сырнева № 1171, 1173, 1175, 1176, 1178, 1182, 1189, 1192, 1194, 1195, 1196, 1201, 1204, 1205, 1207, 1209, 1210, 1212, 1215, 1218, 1225, 1226, 1229, 1231, 1243, 1246, 1248, 1254, 1257, 1261, 1267, 1269, 1270, 1274, 1276, 1278, 1280, 1285, 1289, 1292.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

1. Выполнить действия

$$\left(8\frac{11}{45} \cdot 0,5 - 1\frac{61}{72}\right) \cdot \frac{5}{7} + 198,8 : \left(17 + \frac{23}{40} : 1,15\right) + 13\frac{1}{2} \cdot 0,05$$

2. На основании зависимости между компонентами и результатом действий найти x из равенства:

$$\left[1,7 : \left(1\frac{2}{3} \cdot x - 3,75\right)\right] : \frac{8}{85} = 1\frac{5}{12}$$

3. Районную электростанцию перевели с дровяного отопления на торфяное. Определить месячный расход торфа, если за месяц сжигали 150 куб. м дров (1 куб. м дров весит 0,6 т), а тепловорные способности дров и торфа относятся, как 32 : 35.

4. Для изготовления бетона берут по объёму одну часть цемента, три части песка и четыре части щебня.

Сколько цемента, песка и щебня нужно для приготовления бетона?

5. С лесозаготовительного участка нужно было вывезти за 15 дней 1225 куб. м дров. После того, как в течение 7 дней вывозили ежедневно одинаковое количество дров, в оставшееся время должны были увеличить ежедневные перевозки на 12,5 куб. м, чтобы закончить работу в срок. Сколько дров ежедневно вывозили в первые и сколько в последние дни работы?

6. Совхоз засеял зерновыми культурами три участка земли площади которых относились между собой, как $0,6 : \frac{5}{6} : \frac{8}{15}$, причём площадь первого участка была на 120 га больше площади третьего участка, 72% площади второго участка и 40% площади третьего участка было засеяно пшеницей. Сколько всего гектаров земли было засеяно пшеницей?

7. Лодка, идя по течению реки, прошла расстояние между двумя пристанями за 6 часов, а обратный путь она совершила за 8 часов. За сколько времени пройдет это расстояние плот, пущенный по течению реки?

8. Колхоз снял сено с двух лугов $48\frac{4}{7}\%$ всего сена колхоз уложил на сеновалах, а остальное сено было сложено в 3 стога, причём между стогами сено было распределено в отношении, обратном пропорциональному числам $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$. Сколько тонн сена было в каждом из стогов, если с первого луга колхоз снял 49 т, что составляло $46\frac{2}{3}\%$ всего сена. (Эту задачу решить с письменным изложением анализа, плана, решения и проверки.)

ЗАЧЕТНАЯ РАБОТА № 2

1. Сколько пропорций можно получить, переставляя члены данной пропорции?

2. Какие величины называются пропорциональными? Прямые пропорциональными? Обратными пропорциональными? Привести примеры.

3. Как графически изображается: 1) прямо пропорциональная зависимость? 2) Обратной пропорциональной зависимостью?

4. Что значит разделить числа прямо пропорционально данным числам? Обратной пропорционально данным числам? Привести примеры.

5. Выполнить действия:

$$1,1149 + \frac{1}{40} (4,254 - 1,134 : 0,28) + 1 \frac{32}{49} : \left(4 \frac{15}{49} - 2 \frac{13}{14} \right).$$

6. На основании зависимости между компонентами и результатом действий найти x из равенства:

$$1 - \left(5,37 + x - 7 \frac{5}{4}\right) : 16 \frac{2}{3} = 0.$$

7. Три квартиры имеют общий счётчик электроэнергии. В первой квартире имеются лампочки и нагревательные приборы общей мощностью в 750 ватт, во второй в 940 ватт, в третьей в 860 ватт. Как распределить по этим трем квартирам оплату счёта на 109 руб 20 коп?

8. Три пионерских отряда собрали металлический лом. Первый отряд собрал 30% всего металла, а вес металла, собранного вторым отрядом, относился к весу металла, собранного третьим отрядом, как $4 \frac{1}{2} : 3$.

Сколько металлического лома было собрано каждым отрядом, если второй отряд собрал на 0,6 т больше, чем первый отряд?

9. Площади трех лесных участков относятся, как $2 \frac{1}{4} : 1,5 : 1 \frac{5}{6}$, причём площадь третьего участка была на 136 га меньше площади первого участка. При проведении просеки на первом, втором и третьем участках вырубili соответственно 15%, 10% и 5% площади, занимаемой лесом. На какой площади был вырублен лес?

10. С лесозаготовительного участка нужно было вывезти 1050 куб. м дров. В течение первых 5 дней ежедневно вывозили одинаковое количество дров, а потом из-за снежных заносов ежедневные перевозки уменьшились на 10% и на все перевозки ушло 15 дней. Сколько дров вывозили ежедневно в первые и сколько в последние дни работы?

11. Сколько угля израсходовано в течение трёх месяцев на отопление дома, если известно, что в первый месяц израсходовано $\frac{1}{9}$ часть всего угля, во второй $\frac{3}{8}$ части угля, оставшегося после первого месяца, и в третий на 1 т 120 кг больше, чем во второй месяц?

12. В колхозе сняли с одного луга 78,75 т, с другого 82,8 т сена, с третьего половину того количества сена, которое снято с первых двух лугов. Часть сена поместили на сеновал, который мог вместить 80% собранного сена, причём в нём уже имелось 15,66 т сена. Остальное сено сложили в 3 стога, распределив его в отношении $1 : 1 \frac{1}{2} : 1 \frac{1}{4}$.

Сколько сена в каждом из трёх стогов?

*Образцы
записей арифметических действий*

Сложение

$$\begin{array}{r} + 8936 \\ + 3472 \\ \hline 12408 \end{array}$$

$$\underline{3475 + 29856 + 938 = 34269}$$

$$560 + 280 = 840$$

$$\begin{array}{r} 29856 \\ + 3475 \\ + 938 \\ \hline 34269 \end{array}$$

$$26 + 38 = 64$$

Вычитание

$$\begin{array}{r} - 3768 \\ - 1285 \\ \hline 2483 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 100100 \\ - 59687 \\ \hline 40413 \end{array}$$

$$92 - 54 = 38$$

$$240 - 60 = 180$$

Умножение

$$\begin{array}{r} \times 764 \\ \times 38 \\ \hline 6112 \\ 2292 \\ \hline 29032 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 2700 \\ \times 32 \\ \hline 54 \\ \hline 86400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 32 \\ \times 2300 \\ \hline 96 \\ 54 \\ \hline 73600 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 264 \\ \times 309 \\ \hline 2112 \\ 792 \\ \hline 81312 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 230 \\ \times 3500 \\ \hline 115 \\ 69 \\ \hline 805000 \end{array}$$

$$23 \times 4 = 92$$

$$46 \times 20 = 920$$

$$548 \times 100 = 54800$$

Деление

$$\begin{array}{r} 4835 \overline{) 5} \\ \underline{33} \\ 35 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 378624 \overline{) 523} \\ \underline{3661} \\ 1252 \\ \underline{1046} \\ 2064 \\ \underline{1569} \\ 495 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7218 \overline{) 24} \\ \underline{72} \\ 18 \end{array}$$

$$84 \overline{) 21} = 4$$

$$6800 \overline{) 100} = 68$$

$$75 \overline{) 16} = 4 \text{ (ост } 11)$$

СОДЕРЖАНИЕ

		<i>Стр</i>
1	Методические указания к самостоятельной работе	3
2.	<i>Задание I</i> Повторение пройденного в начальной школе	7
3	<i>Задание II</i> Решение задач на все действия	23
4.	<i>Задание III</i> Делимость чисел	38
5	<i>Задание IV</i> Обыкновенные дроби	44
6	<i>Задание V</i> Решение задач на все действия с целыми и дробными числами	59
7.	<i>Задание VI</i> Десятичные дроби	68
8.	<i>Задание VII</i> Проценты	86
9.	<i>Задание VIII</i> Пропорции	103
10.	<i>Задание IX</i> Прямая и обратная пропорциональность величин	108
11.	Приложение Образцы записей арифметических действий	122

