

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИКИ
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ БССР

Проф. М. И. ОРЛЕНКО

РЕШЕНИЕ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ
НА ПОСТРОЕНИЕ

*ПОСОБИЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЕЙ
СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ*

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ, ПЕРЕРАБОТАННОЕ
И ИСПРАВЛЕННОЕ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ БССР

ПРЕДИСЛОВИЕ.

Директивами XX съезда КПСС по шестому пятилетнему плану развития народного хозяйства СССР предусмотрено развивать в общеобразовательной школе политехническое обучение. Это предполагает ознакомление учащихся с важнейшими отраслями современного промышленного и сельскохозяйственного производства, тесную связь преподавания основ наук с производственной практикой.

Одним из средств, облегчающих достижение этой цели, в курсе математики является приобретение учащимися прочных знаний по геометрии, в частности, овладение практическими навыками в решении задач на построение.

К сожалению, в методике элементарной геометрии весьма слабо освещён вопрос о проведении с учащимися решения задач на построение. Не все преподаватели математики средних школ уделяют должное внимание упражнениям по решению задач на построение, приведённых в стабильном учебнике.

Предлагаемое пособие имеет целью способствовать тому, чтобы решение задач на построение стало существенной частью преподавания геометрии в средней школе.

Опыт показал, что ученики с интересом изучают геометрию, хорошо усваивают этот предмет и приобретают отчётливые пространственные представления, если учитель математики:

1) с первого же урока геометрии предлагает ученикам в порядке домашнего задания несложные графические упражнения, постепенно подготавливающие к решению задач на построение;

2) добивается того, чтобы ученики приобрели отчётливые представления о конфигурациях и связях геометрических образов, о геометрических местах и методах решения задач на построение;

3) преподавание всего курса геометрии сопровождается систематическим решением задач на построение, разнообразит виды соответствующих домашних заданий и точно указывает, как ученики должны оформлять эти работы.

В силу этого в данном пособии изложены не только основные методические положения, но и следующий материал:

а) подробно перечислены элементарные графические построения, выполнение которых должно предшествовать решению геометрических задач на построение;

б) указано влияние связей и конфигураций данных геометрических образов на ход решения задачи на построение и на число ответов;

в) перечислены те геометрические места на плоскости и в пространстве, с которыми ученику средней школы приходится встречаться при изучении геометрии, и приведены примеры, поясняющие, как можно этот перечень использовать для различных упражнений;

г) даны подробные решения многих задач на построение и показано, как надо производить детальное исследование этих задач;

д) описаны разнообразные виды домашних заданий, содержащих геометрические построения, и приведены образцы оформления этих работ.

Поскольку методическое пособие предназначено для преподавателей математики, многие задачи, помещённые во второй его части, сопровождаются лишь указанием, как можно осуществить требуемое построение.

Но, зная ход построения хотя бы для самой благоприятной конфигурации геометрических образов, упоминаемых в условии задачи, и имея в качестве примеров несколько полных решений задач на построение, читатель будет иметь полную возможность произвести исследование тех интересующих его задач, которые сопровождаются только анализом или построением.

В соответствии с критическими замечаниями учителей и изменениями в программе по математике второе издание книги значительно дополнено упражнениями по стереометрии, внесён новый материал на степень точки относительно окружности, в частности задачи на отыскание геометрического места точек, степени которых относительно двух данных окружностей равны. Стремясь наиболее последовательно провести в книге идею геометрических преобразований, имеющих большое практическое значение в различных разделах математики и физики, автор уделил значительное внимание методике решения задач методом подобия и параллельного переноса. С этой же целью в пособие также включены задачи на построение, основанные на преобразованиях гомотетии.

Предлагаемое учебно-методическое пособие не претендует на исчерпывающую полноту сведений по данной теме, и автор будет признателен тем читателям, которые сообщат свои замечания о недостатках в этой работе и укажут, какие изменения и дополнения целесообразно в ней сделать.

Автор.

ВВЕДЕНИЕ.

ЗНАЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ НА ПОСТРОЕНИЕ В ОБЩЕМ КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ.

Геометрические задачи на построение не только дают возможность основательно изучить геометрию, но и прививают такие навыки и способности, которые весьма полезны каждому, так как облегчают изучение других предметов и помогают решать различные вопросы науки, техники, искусства и обыденной жизни.

Говоря о значении геометрических задач на построение, следует обратить внимание читателя на следующие моменты.

I. Решение геометрических задач на построение является одним из надёжных способов систематического повторения приобретённых сведений по геометрии.

Действительно, при решении геометрических задач на построение ученик должен теоретически обосновать правильность каждого своего действия.

Например, если ученик строит биссектрису, то он должен уметь доказать, что проведённая им полупрямая действительно делит данный угол пополам; если он ищет отрезок, который является средним пропорциональным между двумя данными отрезками, то нужно уметь доказать, что найденный им отрезок действительно удовлетворяет указанному требованию и т. п.

Само собой разумеется, что необходимость доказывать правильность геометрических построений вынуждает учащегося непрестанно повторять приобретённые сведения по геометрии, в результате чего эти сведения прочно закрепляются в его памяти.

Опыт убеждает нас, что учащиеся лучше усваивают геометрию в том случае, если изучение её теорем и вытекающих из них следствий сопровождается систематическим решением соответствующих геометрических задач на построение.

II. Геометрические задачи на построение заставляют учащегося обстоятельнее и глубже разобраться в известных ему сведениях по геометрии.

Уже на первых уроках геометрии ученику сообщается понятие об окружности как о геометрическом месте точек (на плоскости), равноотстоящих от данной точки (на той же плоскости). По мере дальнейшего прохождения геометрии и выполнения задач на построение ученик узнаёт, что окружность и её части (дуги) являются в то же время и другими геометрическими местами, число которых в объёме программы средних школ превышает двадцать пять. Действительно, учащийся убеждается, что: 1) окружность — геометрическое место точек, из которых каждая является центром окружности данного радиуса, проходящей через данную точку, 2) окружность — геометрическое место точек, из которых данная окружность видна под данным углом, 3) окружность — геометрическое место точек, расстояние которых до двух точек A и B находится в одном и том же отношении, 4) окружность — геометрическое место точек, сумма квадратов расстояний которых от двух данных точек есть данная величина и т. д.

III. Геометрические задачи на построение побуждают учащегося давать практическое применение имеющимся у него сведениям по геометрии.

Например, если требуется найти в треугольнике такую точку, из которой все три стороны видны под одним и тем же углом, то для решения этой задачи учащийся вынужден дать практическое применение следующим имеющимся у него сведениям:

1) Лучи, выходящие из одной точки, на плоскости образуют прилежащие углы, сумма которых равна 360° .

2) Построение угла, равного 120° .

3) Построение сегмента, опирающегося на данный отрезок и вмещающего данный угол.

IV. Решение геометрических задач на построение помогает учащимся лучше изучить черчение.

Действительно, осуществляя требуемое задачей построение, учащиеся неизбежно выполняют ряд таких операций, которые, в сущности, относятся к черчению. И вполне понятно, что преподаватель математики, требуя от учеников аккуратного выполнения пояснительных чертежей, сопровождающих решение геометрических задач на построение, способствует выработке у учащихся необходимых чертёжных навыков.

Затем, если примем во внимание, что в черчении различные геометрические построения обычно излагаются без доказательств, а основные геометрические задачи на построение входят и в курс черчения, то станет ясным, что решение геометрических задач на построение даёт теоретический фундамент для изучения черчения.

V. Геометрические задачи на построение способствуют развитию пространственных представлений.

Действительно, выполняя хорошо подобранные упражнения по геометрии, среди которых задачи на построение играют главную роль, ученики приобретают следующие ценные качества:

во-первых, способность отчётливо представлять себе пространственные геометрические образы и, во-вторых, умение мысленно выполнять