

Труды Императорскаго Общества Преподавателей Математики.

3-го Января 1912 г.

А. Р. Кулишеръ.

НАЧАЛЬНЫЙ

(пропедевтическій) курсъ
геометріи въ средней школѣ.
Его цѣли и осуществленія.

С.-ПЕТЕРБУРГЪ.
1913.

XXVIII. Начальный (пропедевтический) курсъ геометріи въ средней школѣ. Его цѣли и осуществленіе.

Докладъ А. Р. Кулишера (Спб.).

«При обсужденіи докладовъ съѣзда уже прочитанныхъ, намъ приходилось неоднократно наталкиваться на такой вопросъ: чего, въ концѣ концовъ, мы достигнемъ, если станемъ обучать дѣтей не по существующимъ теперь программамъ, а по другимъ, почему-либо, болѣе желательнымъ? Вѣдь мы все время вносимъ одно измѣненіе за другимъ—мы то и дѣло отягощаемъ программу математики новыми и новыми отдѣлами, а между тѣмъ учебный планъ и общее число часовъ остаются или тѣми же, что и раньше, или, если и могутъ измѣниться, то лишь въ самой незначительной степени. И вотъ потому то, рѣшаясь теперь поставить на обсужденіе докладъ о начальномъ курсѣ геометріи въ средней школѣ, я прежде всего долженъ указать, откуда взять необходимое время, такъ какъ я имѣю въ виду пропедевтическій курсъ геометріи, укладываемый не въ одинъ годовой часъ, а въ большее число часовъ.

Но съ другой стороны, дѣло можно обернуть иначе и спросить, да нуженъ-ли вообще этотъ самый начальный курсъ геометріи и нельзя ли безъ него какъ-нибудь обойтись? Вѣдь такъ легко можетъ случиться, что всѣ эти пропедевтическіе курсы геометріи лишь дань увлеченію, почему-то захватившему нѣкоторыхъ преподавателей. Вызываются-ли всѣ отклоненія отъ обычнаго до сихъ поръ курса геометріи настоятельной необходимостью? У очень многихъ преподавателей отношеніе къ подобному курсу настолько скептическое, что они прямо опасаются введенія начального курса.

Въ томъ же случаѣ, если-бы дѣйствительно оказались полезными нѣкоторыя предварительныя работы учащихся по геометріи, надо указать, какова ихъ цѣль, каковъ долженъ быть ихъ характеръ, а также какими путями можно совершить переходъ отъ начального курса къ послѣдующему систематическому. Какъ ни простъ послѣдній вопросъ, онъ всегда сму-

щаетъ многихъ, въ томъ числѣ и тѣхъ лицъ, которыя сами являются сторонниками болѣе ранняго изученія геометріи.

Обоснованіе необходимости начальнаго курса геометріи въ средней школѣ — тема, несмотря на всю ея сложность, небезинтересная, и я позволилъ-бы себѣ занять разсмотрѣніемъ относящихся сюда соображеній вниманіе членовъ съѣзда, если-бы весной 1911 года не вышла въ свѣтъ книжка, въ которой сказано почти все, что я могъ бы сказать по данному поводу, и сказано при томъ человѣкомъ вполне авторитетнымъ. Я имѣю въ виду сочиненіе Трейтлейна, сорокъ лѣтъ работающаго въ области дидактики математики; я говорю о сочиненіи, носящемъ названіе «Der geometrische Anschauungsunterricht», первая часть котораго недавно появилась въ переводѣ на русскій языкъ ¹⁾. Здѣсь мы найдемъ исторію попытокъ введенія начальнаго курса геометріи, обнимающую собою весь 19-ый вѣкъ. Эта исторія прекрасно поясняетъ цѣлое теченіе педагогической мысли, подводя итогъ большому работѣ нѣсколькихъ поколѣній и при томъ не только въ области геометріи, но и въ другихъ областяхъ. Въ книгѣ, на первый взглядъ, говорится только о геометріи, но по ней можетъ учиться каждый, кому представится необходимость пользоваться наглядными пособиями и осуществлять наглядность путемъ самостоятельности учащихся: книгу Трейтлейна прочтетъ съ пользой преподаватель словесности или преподаватель новыхъ языковъ. Но, само собой разумѣется, только окружающій ребенка міръ будетъ для преподавателя той послѣдней книгой, въ которой ищущая конкретныхъ примѣровъ мысль учителя найдетъ весь нужный ей матеріалъ!

Правда, на выборѣ и распредѣленіи послѣдняго, на построеніи курса могутъ отразиться не одни педагогическіе взгляды преподавателя, но и цѣлый рядъ внѣшнихъ условій; однимъ изъ важнѣйшихъ условій является число часовъ, которое, согласно учебному плану, будетъ отведено на предметъ.

Изъ книги Трейтлейна читатель узнаетъ, что въ то время, какъ въ нѣкоторыхъ странахъ (напримѣръ, въ Австріи),

¹⁾ Berlin, 1911. (Teubner). Русск. перев. П. Трейтлейнъ. Методика геометріи, подъ ред. Ф. В. Филипповича, ч. I. Спб. 1912, ч. II. Спб. 1913.

начальный курсъ геометріи давно уже положенъ въ основу преподаванія математики и проводится въ теченіе чуть не сорока лѣтъ, въ Германіи за него долго ломали копья, причемъ только 10 лѣтъ тому назадъ этотъ вопросъ получилъ признаніе почти всеобщее. Что касается до насъ, то мы стоимъ только въ преддверіи введенія такого курса геометріи въ среднюю школу, такъ какъ у насъ пока все сводится къ отдѣльнымъ попыткамъ, если не считать чрезвычайно интересныхъ измѣненій, которыя внесены въ программы кадетскихъ корпусовъ 11 іюня 1911 г. Тамъ начальный курсъ введенъ, какъ нѣчто, составляющее неотъемлемую часть всего остального преподаванія геометріи. Проведеніе пропедевтическаго курса по программамъ кадетскихъ корпусовъ, быть можетъ, съ небольшими измѣненіями, должно оказать въ старшихъ классахъ существенную помощь преподавателю. Въ тѣхъ же случаяхъ, гдѣ мы должны приступить сразу къ систематическому курсу, надо не забывать, что запасъ пространственныхъ представленій у дѣтей можетъ оказаться недостаточнымъ и что поэтому, быть можетъ, не бесполезно время отъ времени отводить по 2—3 уроки на изученіе того или другого отдѣла геометріи на конкретномъ матеріалѣ.

Выше сказано, что Трейтлейномъ приведены достаточно вѣскія соображенія въ пользу введенія начального курса геометріи и потому нѣтъ необходимости повторять то, что изложено уже достаточно хорошо; и я обращаюсь теперь къ краткому обзору обычной у насъ схемы систематическаго курса.

Тутъ какъ будто точки отправленія выбраны правильно. Мы идемъ здѣсь отъ простѣйшихъ представленій къ болѣе сложнымъ, мы идемъ въ сторону ознакомленія съ простѣйшими формами, мы остаемся въ началѣ подолгу въ области основныхъ образовъ на плоскости. Если мы нѣсколько времени удѣляемъ тѣламъ, то дѣлаемъ это лишь для того, чтобы тотчасъ перейти къ поверхностямъ, отъ поверхностей къ линіямъ и т. д. и, затѣмъ, надолго остаемся съ учениками въ области плоскости и прямыхъ линій.

Да и тутъ мы соблюдаемъ послѣдовательность: сначала знакомимъ дѣтей съ прямыми линіями, затѣмъ съ углами,

потомъ съ треугольниками, четырёхугольниками. Къ пространству трехъ измѣреній въ классныхъ занятіяхъ мы позволяемъ себѣ перейти лишь спустя два года послѣ начала систематическаго курса. Мы съ той же добросовѣстностью переходимъ отъ простаго къ болѣе сложному и, несмотря на всю нашу осторожность въ этомъ отношеніи (а, можетъ быть, изъ-за самаго стремленія быть «последовательнымъ» въ распредѣленіи матеріала), мы наблюдаемъ, что учащіеся 6-го или 7-го класса въ лучшемъ случаѣ хорошо владѣютъ всѣми изученными главами въ отдѣльности, но съ трудомъ представляютъ себѣ весь курсъ въ видѣ связнаго стройнаго цѣлаго. А между тѣмъ одной изъ задачъ курса старшихъ классовъ является объединеніе всѣхъ проработанныхъ предложеній въ нѣчто цѣлое, въ то, что иногда называютъ (хотя въ виду неизбѣжныхъ по существу дѣла недочетовъ, нѣсколько смѣло) системой.

Чѣмъ же объяснить эту недостаточность итоговъ (которая была бы еще значительно больше, если бы части учениковъ не оказывалась помощь на дому), эту сравнительную незамѣтность итоговъ работы, по времени весьма и весьма продолжительной? Не повинно-ли въ этомъ (по крайней мѣрѣ, отчасти) то обстоятельство, что мы сразу приступаемъ къ очень трудному матеріалу, что мы исходимъ обычно изъ образовъ въ смыслѣ черченія дѣйствительно наиболѣе простыхъ (ибо, кто сталъ бы спорить, что начертить прямую куда проще, чѣмъ плоскость или прямоугольный параллелепипедъ), но для пониманія ребенка наиболѣе трудныхъ? И это—задача не одной лишь дидактики геометріи. Проблема, которой мы касаемся, лежитъ на рубежѣ между дидактикой геометріи и психологіей: намъ надо, хотя бы ради цѣлей практическихъ отвѣтить, примѣрно, на такой вопросъ: что, въ концѣ концовъ, проще для пониманія ребенка: прямая линія или площадь круга, площадь круга или шаръ. Если бы ребенокъ жилъ въ мірѣ линій и плоскихъ образовъ, какъ то существо, о которомъ упоминаетъ Гельмгольцъ или авторъ книги «Царство плоскости», то поставленный нами вопросъ пришлось бы разрѣшить въ томъ смыслѣ, что для начинающаго изучать геометрію линія, въ особенности прямая, и плоскія фигуры «проще» и доступнѣе, чѣмъ тѣла. Но, принимая во вниманіе, что ребенокъ живетъ

главнымъ образомъ въ мѣрѣ разнаго рода многогранниковъ съ прямыми, по большей части, углами, чаще всего въ мѣрѣ прямоугольных параллелепипедовъ, кубовъ и немногихъ круглыхъ тѣлъ (причемъ ему извѣстны, самое большее, названія куба и шара), мы склонны думать, какъ это подтверждается многочисленными наблюдениями преподавателей-практиковъ, что тѣла для дѣтей «проще», чѣмъ прямыя и плоскости. Впрочемъ, и безъ того обычно мы предъявляемъ въ другихъ предметахъ значительныя часто мало оправдываемыя требованія къ воображенію ребенка въ области пространственныхъ представлений. Достаточно напомнить, что въ прежнее время въ курсѣ географіи въ младшихъ классахъ не задумывались требовать отъ дѣтей умѣнія опредѣлять положенія точки на сферѣ при помощи двухъ сферическихъ координатъ (опредѣленіе точки на земномъ сфероидѣ при помощи пересѣченія параллельныхъ круговъ и меридіановъ) и во многихъ другихъ случаяхъ (напримѣръ, при изученіи «кубическихъ» мѣръ) мы также не боялись обращаться къ представленіямъ пространственнымъ, и только въ геометріи мы считаемъ болѣе цѣлесообразнымъ начинать занятія не съ укрѣпленія и разработки имѣющихся уже у учащихся свѣдѣній относительно пространства 3-хъ измѣреній, а съ изученія нѣкоторыхъ отвлеченныхъ предложеній относительно фигуръ на плоскости.

Другимъ слабымъ мѣстомъ обычнаго проведенія систематическаго курса слѣдуетъ считать необращеніе вниманія на цѣлую область геометріи. Ученики, которые окончили гимназію и даже превосходно завершили восьмилѣтнюю работу удачнымъ экзаменомъ по математикѣ, все же затруднились бы указать, что геометрія,—а ей удѣлено было не мало силъ,—не только наука о протяженныхъ величинахъ, но также и наука о взаимномъ расположеніи и соотношеніи элементовъ геометрическихъ образовъ, независимо отъ ихъ величины. Мы только что указали, что въ обычномъ систематическомъ курсѣ геометріи часто игнорировалась цѣлая область, не взирая на ея доступность для учащихся и цѣнность въ дидактическомъ отношеніи, но такихъ пробѣловъ можно бы назвать много.

Впрочемъ, въ Германіи, «великія и простыя идеи Пон-

селе и Штейнера ¹⁾, а также систематическое развитіе взаимной зависимости фигуръ другъ отъ друга, по свидѣтельству М. Симона ²⁾, давно уже проложили себѣ доступъ въ школу, и задолго до того, какъ теорія Дарвина подчинила себѣ описательное естествознаніе, новая геометрія нашла въ идеѣ развитія, — выражаясь словами Ганкеля и Рейэ, — царскій путь въ геометрію... Немало также сдѣлали, въ смыслѣ перестроенія систематическаго курса геометріи въ средней школѣ, итальянскіе ученые ³⁾. Замѣчается въ томъ же направленіи движеніе у математиковъ англійскихъ и американскихъ ⁴⁾.

Вотъ почему, помимо введенія пропедевтическаго курса, надо бы, быть можетъ, еще тщательно пересмотрѣть программы курса систематическаго, но уже во всякомъ случаѣ, если оставить систематическій курсъ въ прежнемъ видѣ, — указаніе на желательность сохраненія теперешняго курса старшихъ классовъ неизмѣннымъ никакъ нельзя считать сколько-нибудь сильнымъ доводомъ противъ болѣе ранняго изученія геометріи.

Въ пользу необходимости введенія начальнаго курса геометріи, приведены, какъ мы уже отмѣтили выше, въ книгѣ Трейтлейна достаточно убѣдительныя соображенія. Мы же ограничимся въ этомъ отношеніи немногими замѣчаніями, и перейдемъ непосредственно къ установленію признаковъ, при наличности которыхъ то или другое построеніе пропедевтическаго курса можно было бы признать цѣлесообразнымъ. Ибо тутъ скорѣе, чѣмъ гдѣ-либо въ другомъ мѣстѣ курса геометріи, даже очень сходные по матеріалу, по распредѣленію работы курсы могутъ на дѣлѣ оказаться весьма и весьма далекими

¹⁾ Одно изъ основныхъ сочиненій Штейнера имѣется на русскомъ языкѣ: Я. Штейнеръ. Геометрическія построенія выполняемыя посредствомъ прямой линіи и круга. Переводъ подъ редакц. проф. Д. М. Синцова, Харьковъ, 1910.

²⁾ М. Симонъ. Дидактика и методика математики въ средней школѣ (стр. 159). Спб., 1912.

³⁾ Проф. М. Векки. «Характеристика главнѣйшихъ руководствъ по элементарной геометріи, вышедшихъ въ свѣтъ въ Италіи за послѣднее пятидесятилѣтіе». (Прил. I къ книгѣ Юнга. Какъ преподавать математику. Спб. 1912). См. также обзоръ книгъ по геометріи, пишущаго эти строки, въ трудахъ Съѣзда.

⁴⁾ Юнгъ. См. выше, стр. 297 и слѣдующія.

другъ другу по духу. Болѣе того, геометрическое разсмотрѣніе одного и того же геометрическаго тѣла можетъ быть проведено на этой ступени весьма многими и многими способами. Возьмемъ, на примѣръ, чрезвычайно интересный курсъ Кемпбеля, названный авторомъ «наглядной геометрией» и послужившій прообразомъ нѣсколькихъ учебниковъ. Большую часть этого курса въ Америкѣ дѣти должны изучить довольно быстро годамъ къ 14, то есть къ моменту окончанія народной школы. Такъ какъ только дѣти болѣе или менѣе зажиточныхъ классовъ имѣютъ возможность посѣщать среднюю школу, а между тѣмъ та или другая профессія, которую придется избирать подростку, требуетъ часто небольшихъ по объему, но основательныхъ знаній по геометріи или, по крайней мѣрѣ, достаточнаго математическаго развитія, мы находимъ въ отвѣчающемъ названной цѣли учебникѣ Кемпбеля слѣдующія черты: онъ знакомитъ ребенка въ сравнительно короткое время съ довольно многими тѣлами, сопоставляетъ тѣла съ предметами окружающей ихъ обстановки, рассматриваетъ поверхности этихъ тѣлъ, выдѣляетъ такіе характерные элементы поверхностей, какъ квадраты, прямоугольники и т. п., все время имѣетъ въ виду приложенія геометріи въ практической жизни; давая множество иллюстрацій, объясняя прямо, какъ изготовить діаграмму или «развертку» того или другаго тѣла, авторъ въ нѣсколько большей мѣрѣ, чѣмъ это можно считать желательнымъ, предудказываетъ учащемуся, какъ выполнить ту или другую работу. Что же касается до ряда вопросовъ, отвѣчая на которые учащійся можетъ лучше вдуматься въ наблюдаемые имъ въ пространствѣ соотношенія, то они часто носятъ слишкомъ мелочной характеръ.

Задачу курса Кемпбеля составитель предисловія проф. Филиппсъ видитъ въ «приученіи дѣтей къ наблюденію простыхъ геометрическихъ формъ и соотношеній между предметами, которые ежедневно попадаютъ имъ на глаза, въ обученіи ихъ употребленію простыхъ инструментовъ для геометрическихъ построеній и ознакомленіи ихъ съ разнообразными способами опредѣленія длины площади и объемовъ предметовъ...» Сообразно съ такимъ пониманіемъ задачи курса геометріи, Кемпбель, рассматривая кубъ, которымъ онъ начинаетъ изложеніе

книги и которому онъ удѣляетъ 14 страницъ, считаетъ нужнымъ назвать рядъ предметовъ, похожихъ на кубъ по своей формѣ, сразу же заговорить о граняхъ куба и его ребрахъ, о ихъ перпендикулярности, о томъ, какъ построить прямой уголъ, о горизонтальныхъ и вертикальныхъ плоскостяхъ, о параллельности и перпендикулярности граней куба, объ отвѣсѣ, о площади квадрата и объемѣ куба, а также объ изготовленіи «сѣтки» или діаграммы (развертки поверхности) куба. Планиметрическія соотношенія тѣсно связаны съ вопросами, относящимися къ геометріи трехъ измѣреній; пріобрѣтенныя ученикомъ свѣдѣнія практическаго характера тутъ же прилагаются и способствуютъ разрѣшенію вопросовъ, требующихъ отъ ученика умѣнія выполнять нѣкоторыя отвлеченія и умозаключенія; такихъ вопросовъ въ связи съ кубомъ авторъ ставитъ числомъ 65. Словомъ, направляя вниманіе учащагося на такой объектъ, какъ кубъ, авторъ старается путемъ разсмотрѣнія даннаго объекта непосредственно извлечь весьма значительное количество разнородныхъ свѣдѣній, пополнить эти свѣдѣнія добавочными, сообщаемыми уже прямо учителемъ, и затѣмъ связать все въ нѣчто цѣльное; такъ поступаетъ Кемпбелъ и во всѣхъ остальныхъ семнадцати главахъ первой части, дающихъ довольно основательное знакомство съ разнаго рода многогранниками и связанными съ послѣдними планиметрическими образами, а также съ измѣреніемъ соответственныхъ площадей и объемовъ. Во второй части эта работа еще нѣсколько далѣе углубляется и пополняется, вносится вопросъ о подобіи фигуръ и тѣлъ, объ измѣреніяхъ на мѣстности, о съемкѣ плана, о простѣйшихъ геометрическихъ построеніяхъ. Въ цѣляхъ же углубленія занятій геометріей внесены такія не совсѣмъ удачно написанныя главы, какъ главы о точкахъ, о точкахъ пересѣченія прямыхъ линій, гдѣ многое существенное совершенно затушевано чисто ариметическими подсчетами; съ этимъ матеріаломъ справится съ пользой для учениковъ только тотъ преподаватель, который достаточно владѣетъ проективной геометріей, но и ему придется внести въ названныя главы не мало измѣненій.

Въ результатѣ при проработкѣ курса Кемпбеля, подъ руководствомъ умѣлаго преподавателя, учащійся можетъ пріобрѣсти

во всемъ, что касается геометрическихъ образовъ, а также связанныхъ съ ними всевозможныхъ измѣреній, обильныя и жизненные свѣдѣнія, ничуть не меньшія тѣхъ, какія приобрѣтались обычно посредствомъ курса, основаннаго на доказательствахъ теоремъ; но другая сторона дѣла—соединеніе умозаключеній, относящихся всей совокупности изученныхъ геометрическихъ образовъ, въ стройную систему, доказуемость и обобщаемость положеній, выведенныхъ у Кемпбеля главнымъ образомъ на основаніи наблюденій надъ конкретнымъ матеріаломъ, затронуты, быть можетъ, слишкомъ мало даже съ точки зрѣнія начального курса геометріи, (если конечно, имѣть въ виду курсъ аналогичный тому, какой предлагаетъ Трейтлейнъ). Но при всемъ томъ, какъ начальный курсъ, книга Кемпбеля или подобная ей книга можетъ быть весьма пригодной не только тамъ, гдѣ для курса доказательнаго характера не хватаетъ времени (начальныхъ школахъ, школахъ ремесленныхъ, техническихъ и т. п.), но и при построеніи пропедевтическаго курса въ средней школѣ.

Нѣсколько иначе осуществлены сходныя цѣли въ другомъ учебникѣ: «Въ начаткахъ опытной геометріи» Поля Бэра¹⁾. Книжка эта, предназначенная авторомъ исключительно для учителей (въ отличіе отъ Кемпбеля, который имѣетъ въ виду также учащихся), разбита на 44 урока и въ первыхъ своихъ 15 урокахъ представляетъ собой по распредѣленію матеріала то, что можно было бы назвать «планиметрией, рассказанной дѣтямъ»: это—измѣреніе длинъ прямыхъ, площадей квадрата, прямоугольника, параллелограмма, треугольника, причемъ каждый разъ указывается, что такая то фигура называется квадратомъ, а вотъ такая—прямоугольникомъ, а вотъ эта—параллелограммомъ; смѣло (и въ своемъ родѣ удачно) проведены первыхъ семь уроковъ, посвященныхъ прямой линіи. Достаточно упомянуть о томъ, что въ третьемъ урокѣ дѣти измѣряютъ длину прямой, у которой только одинъ конецъ доступенъ; въ четвертомъ—высоту дерева при помощи угла, равнаго половинѣ d ; въ шестомъ—выполняютъ то же

¹⁾ Поль Бэръ. Начатки опытной геометріи въ приложеніи къ измѣренію линій, поверхностей и тѣлъ, переводъ подъ ред. А. Гатлиха. М. 1909.

измѣреніе, что и въ предыдущемъ урокъ, пользуясь уже подобіемъ (!); въ седьмомъ и восьмомъ — дѣти измѣряютъ длину прямой, оба конца которой недоступны. Если мы увеличимъ вдвое число уроковъ, отводимыхъ авторомъ на изученіе перечисленныхъ вопросовъ, то учащіеся будутъ въ состояніи проработать названный матеріалъ, который можетъ послужить добрымъ началомъ пропедевтическаго курса ¹⁾. Заговоривъ объ увеличеніи числа первыхъ уроковъ, вдвое противъ времени, указаннаго въ книгѣ, мы должны отмѣтить что, по нашему мнѣнію, не только первые уроки, но весь курсъ, предлагаемый Полемъ Бэромъ, какъ слѣдуетъ можно пройти не въ 44, но не менѣе чѣмъ въ 80 часовъ ²⁾. Въ противномъ случаѣ, ученикъ не выработаетъ необходимыхъ навыковъ, и знанія, полученные при такой поспѣшности, если даже не испарятся, то будутъ обладать малой цѣнностью. Съ 18 урока по 31-ый идетъ ознакомленіе съ формой и измѣреніемъ (главнымъ образомъ) объемовъ простѣйшихъ многогранниковъ и круглыхъ тѣлъ (попутно разсматривается опредѣленіе длины окружности и площади круга). Остальные же уроки посвящены нѣкоторымъ примѣненіямъ чертежныхъ инструментовъ въ основныхъ задачахъ на построеніе и измѣреніямъ на мѣстности.

Мы могли бы назвать еще нѣсколько другихъ курсовъ, въ той или другой мѣрѣ приближающихся къ двумъ только что разсмотрѣннымъ (за послѣдніе года появилось нѣсколько такихъ оригинальныхъ и переводныхъ курсовъ), но послѣ сказаннаго для выясненія нашей мысли едва ли это необходимо. Назову изъ такихъ курсовъ развѣ только извѣстный курсъ Астряба и книжку «наглядная геометрія для 2-классныхъ школъ» Кутузова; авторъ ея пробуетъ систематически изучать тотъ матеріалъ, который у Поля Бэра разсматривается на интересныхъ практическихъ задачахъ. На западѣ суще-

¹⁾ Согласно одному изъ выставленныхъ въ докладѣ положеній, наши слова надо понять въ томъ смыслѣ, что предлагаемый Полемъ Бэромъ матеріалъ можетъ служить началомъ одного изъ равно возможныхъ курсовъ.

²⁾ То есть, по нашимъ условіямъ, при учебномъ годѣ въ 26—30 недѣль, при 2-хъ часахъ въ недѣлю—съ такой задачей можно справиться примѣрно въ 1½ года, а при 1 часѣ въ недѣлю въ 3 года.

ствуется нѣсколько начальныхъ курсовъ, заключающихъ въ себѣ по преимуществу тотъ же матеріалъ (только въ значительно меньшемъ объемѣ), который позже долженъ войти въ курсъ систематическій. На-дняхъ въ 1-ой секціи Съезда при обзорѣ книгъ по геометріи мнѣ пришлось между прочимъ охарактеризовать курсъ выдающагося итальянскаго ученаго Веронезе. Имѣющійся у Веронезе начальный курсъ какъ разъ принадлежитъ къ той категоріи книгъ, о которой мы только что говорили. Такъ, напримѣръ, здѣсь, равно какъ и въ систематическомъ курсѣ того же ученаго, выключается понятіе о движеніи и замѣняется представленіемъ объ однозначномъ соотвѣтствіи. Правда, при сравненіи равныхъ фигуръ авторъ постоянно предлагаетъ изготовлять копіи одной изъ такихъ фигуръ на прозрачной бумагѣ и сравнивать эту копію съ другой фигурой; надо отмѣтить также постоянныя обращенія къ окружающей насъ обстановкѣ для уясненія тѣхъ или другихъ отвлеченныхъ представленій и изготовленіе нѣсколькихъ моделей изъ бумаги. Но эти немногія попытки конкретизации, и напротивъ того, наличность весьма тонкихъ соображеній (скажемъ, указаніе разницы между угломъ, какъ частью плоскости, заключенной между парой пересѣкающихся прямыхъ, и угломъ, какъ частью пучка прямыхъ и т. п.), соображеній до сноснаго уразумѣнія смысла которыхъ можно, конечно, при нѣкоторой настойчивости и затратѣ энергіи и времени, довести ребенка, заставляють насъ признать такой курсъ не столько курсомъ пропедевтическимъ, сколько мастерскимъ сжатымъ изложеніемъ систематическаго курса, которымъ можно при ограниченности времени (какъ это бываетъ въ народной школѣ) завершить предварительно изученный начальный курсъ. Не будемъ же далѣе перечислять немалочисленныхъ пропедевтическихъ курсовъ, книгъ по «наглядной геометріи», по «геометріи конкретной», написанныхъ на русскомъ и иностранныхъ языкахъ, оригинальныхъ и переводныхъ, ибо всѣ они представляютъ собой либо сжатые систематическіе курсы, на подобіе курса Веронезе, далеко не всегда сравнимые съ послѣднимъ по внутреннимъ достоинствамъ, либо курсы типа разсмотрѣнной нами книги Кемпбеля; послѣдніе со стороны матеріала представляютъ извѣстное разнообразіе: Клеро, Фальке

отправляются отъ простѣйшихъ геодезическихъ измѣреній ¹⁾, Мартинъ и Шмидтъ все время обращаются въ кругу предметовъ обихода домашней, городской и сельской жизни, дающаго всю совокупность геометрическихъ образовъ.

Но послѣ сказаннаго мы въ правѣ ограничиться одной лишь ссылкой на первую часть названной раньше книги Трейтлейна и уже не останавливаться на характеристикахъ другихъ подобныхъ книгъ даже хотя-бы на такихъ весьма важныхъ для преподавателя работахъ какъ *Geometrie der Volksschule* Пиккеля (въ новой переработкѣ Вилька) или даже сочиненіе Höffler'a *Didaktik des Mathematischen Unterrichts*, суммирующее многолѣтній опытъ одного изъ наиболѣе талантливыхъ австрійскихъ педагоговъ.

Остающуюся же для доклада часть времени мы посвятимъ краткому обзору курса самого Трейтлейна и другому близкому ему по духу курсу; на нихъ легче будетъ выяснитъ самые принципы, какими долженъ, какъ казалось-бы, руководствоваться преподаватель, берущійся въ наше время за обученіе первымъ понятіямъ геометріи.

Ни одинъ шагъ курса Трейтлейна не остается необоснованнымъ, въ чемъ легко можетъ убѣдиться читатель, взявшій на себя трудъ внимательно ознакомиться съ выполненнымъ этимъ педагогомъ изслѣдованіемъ возраженій, которыя дѣлались противъ пропедевтическаго курса. Защищать свои взгляды приходится автору не только противъ сознательныхъ противниковъ его плана занятій по геометріи, приходится отстаивать близкую ему мысль и отъ тѣхъ, кто на первый взглядъ является поборникомъ начальнаго курса геометріи, но считаетъ возможнымъ проработать большую и очень большую программу въ какихъ-нибудь 24 часа, то есть одинъ учебный годъ. (Максъ Симонъ). При такой поспѣшности, однако, многое въ области развитія пространственнаго воображенія и мышленія учащихся, ради чего собственно курсъ вводится, остается не затронутымъ, не оставляетъ прочныхъ слѣдовъ въ сознаніи ученика.

¹⁾ Въ настоящее время въ Даніи въ одномъ изъ образовательныхъ учрежденій курсъ геометріи съ успѣхомъ изучается по плану Клеро и Фальке, съ нѣкоторыми измѣненіями и дополненіями.

Въ заявленіяхъ преподавателей, увѣренныхъ въ томъ, что для пропедевтическаго курса достаточно полугода при 2-хъ часахъ, или даже при одномъ часѣ, нѣтъ недостатка (въ послѣдней формѣ курсъ этотъ и теперь, какъ мнѣ пришлось видѣть при посѣщеніи германскихъ школъ, онъ чаще всего и проводится), причемъ сами они утверждаютъ, что вполне сочувствуютъ идеѣ начальнаго курса и проводятъ ее на дѣлѣ. Авторъ разсматриваемаго сочиненія долженъ отмѣтить также расхожденіе между высказанными въ «Меранскомъ планѣ» основными соображеніями о преподаваніи математики и тѣми деталями плана, которыя посвящены указаніямъ, какъ именно осуществлять начальный курсъ. Возраженія Трейтлейна (числомъ пять) очень и очень существенны и показываютъ, какъ нелегко справиться съ нашей, повидимому, столь несложной и на первый взглядъ едва-ли стоящей такого вниманія задачей, какое удѣляютъ ей нѣкоторые преподаватели. Вспомнимъ о возраженіяхъ противниковъ курса, которые находятъ, что «незачѣмъ учить смотрѣть дѣтей, у которыхъ и безъ того есть глаза», что «интересъ, представляемый подобнымъ курсомъ, можетъ заглушить интересъ къ болѣе важной послѣдующей части занятій по геометріи, имѣющей цѣлью способствовать укорененію привычекъ логическаго мышленія», что «модели тѣлъ содержатъ много такого, что отвлекаетъ вниманіе учениковъ отъ главнаго, отъ постиженія формы», что пропедевтическій курсъ приучаетъ учениковъ въ теченіе многихъ лѣтъ «къ сужденію наобумъ», къ «приблизительнымъ объясненіямъ» и т. п. Такого рода возраженія раздаются (правда, все рѣже и рѣже) въ Германіи, гдѣ общая методологическая подготовка стоитъ выше, чѣмъ у насъ, и гдѣ накопленный запасъ опыта достаточно великъ и достаточно зарегистрированъ для того, чтобы дать желающему возможность объективно сопоставить результаты занятій по тому или другому плану. Но еще сложнѣе дѣло обстоитъ съ фактическимъ признаніемъ обязательности пропедевтическаго курса геометріи для средней школы въ Россіи и необходимости соответственныхъ измѣненій въ преподаваніи математики въ школахъ начальныхъ и городскихъ.

Нужна продолжительная работа присутствующихъ здѣсь въ томъ числѣ многихъ и многихъ дѣятелей школы для того,

что-бы ясныя, повидимому, для каждаго положенія получили, наконецъ, всеобщее признаніе и были надлежаще поняты.

Но какъ же смотреть самъ Трейтлейнъ на свою задачу?

Онъ предъявляетъ слѣдующія требованія: ¹⁾

а) Обученіе геометріи въ нашихъ среднихъ школахъ должно быть подраздѣлено на двѣ ступени: низшую и высшую.

б) Методъ обученія на низшей ступени—это «наглядное обученіе геометріи»: оно исходитъ изъ разсмотрѣнія тѣла, выводитъ отсюда различные геометрическіе образы, преобразовываетъ ихъ и создаетъ новые, возбуждаетъ самодѣятельность ученика при помощи выполняемой ими оцѣнки на глазъ, путемъ измѣреній (между прочимъ, на открытомъ воздухѣ), рисованія, лѣпки и ручного труда; оно развиваетъ способность къ тонкому созерцанію и пространственное воображеніе и ведетъ отъ нагляднаго познанія къ доказательству и обоснованію познаннаго.

в) Обученіе на высшей ступени имѣетъ своей основой приобрѣтенныя раньше представленія и воздвигаетъ, постоянно прибѣгая къ разсмотрѣнію тѣлъ, научное зданіе элементарной геометріи, какъ образецъ дедуктивной науки».

Согласно Трейтлейну, пропедевтическій курсъ геометріи, служа средствомъ для достиженія лучшихъ результатовъ на послѣдующихъ ступеняхъ обученія въ образовательномъ планѣ средней школы, имѣетъ однако значеніе самодовлѣющее. Для достиженія наилучшихъ результатовъ часть предметовъ, служащихъ для ознакомленія съ пространственными соотношеніями должна быть такова, чтобы ученики могли брать ихъ въ руки и осязать (поэтому здѣсь не рекомендуется начинать съ разсмотрѣнія формы комнаты, въ которой находится ученикъ). Равнымъ образомъ непригоднымъ въ виду слишкомъ большой однородности его формы, оказывается, по мнѣнію автора, шаръ.

¹⁾ Напечатанныя въ его книгѣ жирнымъ шрифтомъ.

Трейтлейнъ начинаетъ съ куба, но совершенно не такъ, какъ это дѣлалось въ многочисленныхъ до него появившихся руководствахъ. О томъ, какъ понимаетъ онъ наглядность, сказано достаточно выше въ пунктѣ в), изъ котораго мы видимъ, что глазу или, лучше сказать, разсматриванію удѣлено здѣсь опредѣленное мѣсто, но не первенствующее, ибо ребенокъ долженъ тщательно обсудить имъ увидѣнное, воспроизвести потомъ тѣмъ или другимъ путемъ (движеніе рукъ, черченіе, сгибаніе бумаги, изготовленіе модели) обсуждаемый геометрической образъ, иногда разыскать его въ какомъ-нибудь твореніи архитектуры или инженернаго и декоративнаго искусства, и, наконецъ, время отъ времени создавать новые геометрическіе образы, связанные съ разсмотрѣнными. Представляется также желательнымъ, чтобы постепенно ученики вырабатывали въ себѣ умѣніе отдавать отчетъ въ причинахъ даннаго явленія или данной закономерности въ геометрическихъ образахъ. Германъ Тиме, авторъ прекраснаго руководства по геометріи ¹⁾, лицо, которое меньше всего можно заподозрить въ непониманіи задачъ систематическаго курса, высказывается слѣдующимъ образомъ ²⁾: «Уже въ пропедевтическомъ курсѣ геометріи главной задачей преподавателя является пробужденіе съ теченіемъ времени въ ученикѣ потребности въ объясненіи геометрическихъ фактовъ въ открытіи связующей ихъ логической зависимости». Приводя мнѣніе Тиме, Трейтлейнъ подчеркиваетъ слова «съ теченіемъ времени» и «потребность», дабы не ввести кого-либо въ заблужденіе, такъ какъ именно эти умозаключенія, незамѣтно сами собой всплывающія при работѣ надъ конкретными задачами, въ концѣ концовъ являются тѣмъ матеріаломъ, болѣе формальное изслѣдованіе котораго становится умственной потребностью учащагося. Итакъ, курсъ Трейтлейна начинается съ разсмотрѣнія игральныхъ костей. Въ живой бесѣдѣ, въ которой послѣдовательно принимаютъ участіе ученики всего класса, выясняются характерныя свойства тѣла съ ними сходнаго, но болѣе крупнаго и болѣе рѣзко опредѣленной формы (кубическій дециметр).

¹⁾ Hermann Thieme. Elemente d. geometrie. Berlin, 1912.

²⁾ H. Thieme. Die Umgestaltung d. Elementargeometrie. Beilage zum Jahresbericht des Berger-gymnasiums... zu Posen, 1900, s. 25.

Вотъ образецъ такой бесѣды: «Поставьте это тѣло (куб. децим.) на столъ; придайте ему какое-нибудь другое положеніе! Придайте ему еще третье положеніе! Сколькими способами можно его поставить? Нельзя-ли изготовить его изъ папки? Кто знаетъ или видалъ кубы или похожіе на кубъ предметы въ другомъ мѣстѣ?» (Это было общее знакомство). Далѣе слѣдуетъ разсмотрѣніе поверхности: «Положите руку на поверхность куба, который будемъ держать какъ попало. Вы положите руку на другую грань поверхности. (Что означаетъ слово «поверхность?»). Для отличія у меня имѣется здѣсь шаръ»... Сопоставляя шаръ и кубъ, классъ выясняетъ различіе между поверхностями обоихъ тѣлъ. Разсматривая грани, прикладывая руки къ различнымъ гранямъ кубическаго дециметра, сопоставляя ихъ по расположенію съ стѣнами комнаты учащіеся приходятъ къ представленію о параллельности этихъ граней. Далѣе идетъ образованіе того, что авторъ называетъ «Luftwürfel», то есть образованіе куба въ воздухѣ; эта часть изученія куба состоитъ въ томъ, что учащіеся соотвѣтственными движеніями рукъ, выполняемымъ въ направленіяхъ, параллельныхъ гранямъ стоящаго передъ классомъ куба, какъ бы высѣкаютъ изъ воздуха тѣло, имѣющее форму куба. Одинъ изъ учениковъ далѣе долженъ образовать такой «Luftwürfel» большихъ размѣровъ, другой—кубъ размѣровъ малыхъ. Учитель самъ быстро высѣкаетъ въ воздухѣ подобный кубъ передъ глазами класса, а затѣмъ предлагаетъ одному изъ учениковъ положить руку на «верхнюю грань», другому—на «боковую» и т. д. Потомъ кому-нибудь изъ учениковъ предлагается положить обѣ руки сразу на двѣ параллельныя грани, слѣдующему на двѣ другія параллельныя грани... Если прибавимъ, что аналогичнымъ образомъ разсматриваются ребра куба (но не числомъ ихъ и не счетомъ угловъ куба занимается здѣсь авторъ), что ребра и ихъ изображенія сопоставляются съ параллельными имъ гранями и (обратно разыскиваются ребра, параллельныя той или другой грани) что для этой цѣли ученики берутъ то большія, то малыя модели картонныя, деревянныя, металлическія, а въ заключеніе довольно продолжительной высоко-интересной работы (рѣчь о ней будетъ ниже), захватывающей разнообразныя стороны пространственныхъ соотношеній, изготовляютъ модели

куба, то мы составимъ себѣ представленіе о «разсмотрѣваніи куба» въ томъ видѣ, какъ его понимаетъ Трейтлейнъ. Мы только что упомянули, что первоначальное описанное уже нами разсмотрѣніе куба отъ изготовленія его модели отдѣлено довольно продолжительной работой изученія элементовъ куба.

Перечислимъ же теперь кратко относящійся сюда матеріалъ, а также назовемъ тѣ статьи, которыя помѣщены у нашего автора вслѣдъ за кубомъ, такъ какъ теперь послѣ сказаннаго мы безъ особаго труда можемъ представить себѣ самый характеръ ихъ разработки. Отъ реберъ куба мы переходимъ къ прямой вообще, прямымъ горизонтальнымъ, отвѣснымъ и наклоннымъ, параллельнымъ и взаимно-перпендикулярнымъ. Далѣе плоскость: плоскости горизонтальныя, отвѣсныя, наклонныя и взаимно-перпендикулярныя. Отрѣзки прямыхъ и ихъ измѣренія. Четыре дѣйствія надъ отрѣзками. Квадратъ; прямая, соединяющія середины его сторонъ, и діагонали квадрата, вписанные и описанные квадраты; зеркальная симметрія. Развертка куба. Грани куба и его двугранные углы. Діагональныя плоскости. Описаніе куба. Нахожденіе орнаментовъ, въ основѣ которыхъ лежитъ квадратъ, разсѣченіе куба и составленіе новыхъ пространственныхъ образовъ.

Прямая призма съ квадратнымъ основаніемъ; изученіе ея и прямоугольника въ направленіяхъ, упомянутыхъ нами при перечисленіи пунктовъ, относящихся къ кубу и квадрату. Прямая призма съ прямоугольнымъ основаніемъ. Сопоставленіе признаковъ характерныхъ (сходство и различіе) для куба, прямой призмы съ квадратнымъ и прямоугольнымъ основаніемъ.

Прямой цилиндръ. Примѣненіе циркуля. Два круга на плоскости, ихъ взаимное расположеніе.

Шаръ; его разсѣченіе плоскостями; кривизна шара.

Правильный тетраедръ. Равносторонній треугольникъ; изготовленіе послѣдняго изъ бумаги посредствомъ сгибанія; вычерчиваніе его. Уголъ. Разсмотрѣніе угловъ, образуемыхъ другъ съ другомъ различными положеніями стрѣлки на циферблатѣ. Образование новыхъ фигуръ. Правильный шестиугольникъ. Двугранные углы тетраедра.

Прямая пирамида, имѣющая основаніемъ равносто

ронный треугольникъ. Равнобедренный треугольникъ. Прямоугольный \triangle . Возникновение новыхъ образовъ.

Параллелограммъ. Ромбъ и его диагонали. Развертка пирамиды.

Прямой конусъ. Уголъ произвольной величины. Транспортиръ. Показать, что сумма двухъ смежныхъ угловъ равна двумъ прямымъ угламъ.

Трехгранная пирамида, основаніемъ которой служитъ произвольный треугольникъ.

Сумма угловъ треугольника.

Усѣченная пирамида. Трапеція.

Четыреугольникъ.

Окружность. Таблица обхватовъ круглыхъ и цилиндрическихъ предметовъ, встрѣчающихся въ обиходѣ (стаканъ, тарелка, монета, велосипедное колесо и т. д.). Приближенная величина π .

II. Площади плоскихъ фигуръ. Прямоугольникъ; его превращенія въ отличные отъ него прямоугольники и другія фигуры.

Параллелограммъ; треугольникъ, трапеція, четырехугольникъ: ихъ площади и превращенія ихъ въ другія фигуры путемъ разложенія и разсѣченія на тѣ или другія части въ зависимости отъ требованій заданія. Относящіяся сюда страницы (числомъ 10), вмѣстѣ съ параграфомъ о дополнительныхъ параллелограммахъ трактуютъ вопросъ о равновеликости съ такимъ изяществомъ и обстоятельностью (не говоря уже о доступности), что многое слѣдовало-бы позаимствовать отсюда тѣмъ преподавателямъ, кому приходится проводить систематическій курсъ въ классахъ, въ свое время не прошедшихъ пропедевтическаго курса.

Равновеликость прямоугольника и квадрата. Тутъ уже нѣтъ недостатка въ предлагаемыхъ по тому или другому поводу разнообразныхъ почему?!. Такъ, на примѣръ, ученикамъ авторъ (съ увѣренностью въ упѣхѣ) предлагаетъ выяснитъ такое положеніе: Почему въ прямоугольномъ треугольникѣ (основаніемъ является гипотенуза) квадратъ, построенный на высотѣ, равновеликъ прямоугольнику, сторонами котораго служатъ от-

рѣзки наибольшей стороны треугольника (образующіеся по обѣ стороны высоты).

Теорема Пифагора. Пять ея доказательствъ. Приложенія теоремы Пифагора.

Площадь круга. Объемы и вѣса. Перспективное изображеніе куба. Допускаемая при изображеніи погрѣшность противъ перспективы. Объемы призмы, цилиндра, пирамиды и конуса ¹⁾). Къ книгѣ прибавленъ списокъ руководствъ и статей по начальному курсу геометріи на нѣмецкомъ языкѣ, а также особаго рода тетрадка, въ которой воспроизведены чертежи, выполняемые учениками по мѣрѣ прохожденія курса; такихъ чертежей 248 и они могутъ много способствовать правильному пониманію отдѣльныхъ часто тонкихъ соображеній автора.

Мы познакомились съ содержаніемъ нѣсколькихъ курсовъ и попутно отвѣтили почти на всѣ существенные тезисы доклада, кромѣ очень важныхъ 2-го и 3-го тезиса, къ которымъ перейдемъ по обзорѣннн нѣкоторыхъ моментовъ предлагаемаго мной курса, имѣющаго отчасти внутреннее сходство съ курсомъ Трейтлейна, но временами отличающагося отъ него какъ по матеріалу, такъ и по нѣкоторымъ методическимъ приѣмамъ, не упомянутымъ ни въ сочиненіи Трейтлейна, ни въ другихъ книгахъ или статьяхъ, посвященныхъ тому же предмету. Само собой разумѣется, что совершенной новизной тутъ обладаетъ лишь сравнительно очень небольшое, но это небольшое все же можетъ оказаться небезполезнымъ.

Начать изученіе пропедевтическаго курса можно, какъ мнѣ кажется, либо такъ, какъ совѣтуетъ Трейтлейнъ, либо съ сопоставленія куба, шара и цилиндра, либо съ разсмотрѣнія, скажемъ, кубиковъ, находящихся въ рукахъ учениковъ, формы нѣсколькихъ цвѣтковъ и листа папоротника, и плоскихъ крышекъ ученическихъ скамей; хорошимъ началомъ можетъ послужить, если учитель уже нѣсколько знакомъ съ классомъ, небольшая экскурсія къ мѣсту, гдѣ производятся какія-либо земляныя работы, прорываются каналы и т. п. (если, конечно,

¹⁾ Последнихъ 12-ти страницъ, посвященныхъ преподаванію геометрію на высшей ступени, мы здѣсь не рассматриваемъ, но очень рекомендуемъ преподавателямъ старшихъ классовъ ознакомиться съ ними.

такого рода работы выполняются по близости, и если вообще такую экскурсію можно совершить безъ ущерба для занятій, предполагаемыхъ въ слѣдующіе за урокомъ часы). Матеріалъ, тщательно продуманный преподавателемъ, можетъ быть весьма разнообразенъ; суть же этихъ первоначальныхъ занятій, проходящихъ, разумѣется, въ видѣ бесѣды, въ томъ, чтобы дать почувствовать учащимся возможность изученія предметовъ со стороны ихъ формы, со стороны ихъ величины, взаимнаго расположенія ихъ отдѣльныхъ частей, дать осязательно почувствовать интересъ къ такому изученію. Но первый урокъ долженъ оставить слѣдъ еще въ видѣ нѣкоторыхъ свѣдѣній. Этими свѣдѣніями будутъ: умѣніе распознавать и называть плоскія и кривыя поверхности, прямыя и ломаныя линіи, умѣніе изготовить изъ бумаги линейку, при помощи которой можно было бы проводить прямыя линіи. Здѣсь, какъ и во всемъ остальномъ, почти сплошь умѣстенъ одинъ только эвристическій методъ, владѣть которымъ и безъ того достаточно хорошо долженъ каждый преподающій въ младшихъ классахъ. Такимъ образомъ мы не видимъ необходимости съ перваго же урока непременно фиксировать вниманіе дѣтей на формахъ опредѣленныхъ геометрическихъ тѣлъ.

Со второго урока у учениковъ должна быть въ рукахъ раздѣленная на сантимегры линейка, которая будетъ служить ученикамъ, между прочимъ, для построенія прямыхъ угловъ въ теченіе всего перваго года. Только на второмъ году встрѣтится необходимость ввести чертежные треугольники, а циркуль понадобится лишь на третій годъ обученія. На урокахъ ариѳметики и географіи учащіеся должны бы выполнять различныя измѣренія аршинами (по крайней мѣрѣ до тѣхъ поръ, пока не будетъ введена метрическая система) въ начальномъ же курсѣ геометріи полезно ограничиться употребленіемъ линейки сантиметровой: эти уроки геометріи и будутъ тѣми уроками, гдѣ совершенно естественно и незамѣтно дѣти ознакомятся съ мѣрами длины въ метрической системѣ. Прямую линію дѣти проводить на бумагѣ умѣютъ, и мы, отправившись во дворъ (или въ залъ) съ нарѣзанными предварительно кусками толстой бичевки (длиной въ 5—6 сажень), научаемся проводить прямыя линіи между опредѣленными точками (если

во дворѣ, то вбиваемъ для указанія этихъ точекъ колышки).

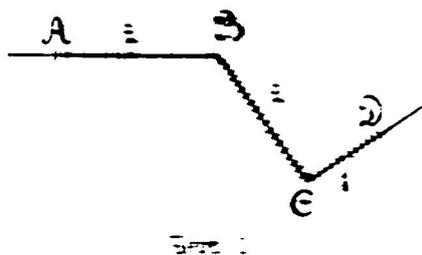
Предварительно въ классѣ надо выработать въ общей бесѣдѣ самый приемъ проведенія прямой между двумя точками. Способъ пользованія шнуркомъ ни въ какомъ случаѣ не долженъ быть указанъ самимъ учителемъ. Только тогда, когда классъ самостоятельно придетъ къ признанію полезности такого приема, учитель въ правѣ имъ воспользоваться. Сначала прямыя проводятся между двумя точками на доскѣ; потомъ учитель предлагаетъ провести прямую между двумя точками не находящими на одной и той же стѣнѣ класса. Очень хорошо пользоваться при этомъ въ классѣ цвѣтными тесьмами шерстяными или изъ толстой бумаги: онѣ и виднѣе, да и лучше запоминается самый приемъ ¹⁾.

Отступленіе въ сторону прямой линіи сводится главнымъ образомъ къ нѣкотораго рода работамъ въ области все же 3-хъ измѣреній: дѣтямъ приходится перемѣщаться при проведеніи прямыхъ линій на землѣ, приходится мыслить не въ плоскости и въ томъ случаѣ, когда они фактически проводятъ прямую при помощи тесьмы между двумя точками, одна изъ которыхъ взята на стѣнѣ, другая на полу. Изученіе прямой линіи заканчивается изображеніемъ прямыхъ различной величины и ихъ отрѣзковъ на плоскости.

Всѣ, кому приходилось заниматься съ дѣтьми, знаютъ, что проведеніе прямой линіи въ столько-то сантиметровъ возбуждаетъ у дѣтей цѣлый рядъ вопросовъ (какъ провести самую прямую? и т. п.) и на первый разъ не такъ легко для нихъ, какъ могло бы показаться. Прямыя линіи мы сначала проводимъ чернымъ карандашомъ окрашиваемъ ихъ цѣликомъ или только опредѣленные отложенные на нихъ отрѣзки. По-

¹⁾ Не надо прибавлять, что ученики должны знать, что именно они будутъ дѣлать внѣ класса, иначе легко можно произвести нежелательное замѣшательство. Работа внѣ класса должна быть непременно организованной (см. приложение II къ книгѣ Юнга: «Какъ преподавать математику». Спб. 1912, вып. II), а не идти въ разбродъ; время отъ времени по предложенію учителя ученики прекращаютъ работу, пріучаются въ нѣсколькихъ словахъ опредѣлять выполняемую ими работу. Скажемъ въ такой формѣ: «Мы проводимъ при помощи натянутого шнурка прямую линію между тѣмъ то и тѣмъ то»; конечно, эти немногія слова не должны быть подсказаны учителемъ.

томъ переходимъ къ болѣе сложнымъ сочетаніямъ прямыхъ, какъ на чертежѣ ¹⁾. Самый простой рисунокъ различныхъ отрѣзковъ въ разные цвѣта (въ видѣ ~~горизонтальных~~ поперечныхъ короткихъ черточекъ или въ видѣ ~~горизонтальных~~ снизу тоненькихъ цвѣтныхъ чертъ) имѣеть въ виду не только увеличеніе интереса къ работѣ проведенія ~~прямыхъ линій~~, которыя задаются различными по размѣрамъ ~~и по направленію~~, не только для внесенія элемента эстетическаго, ~~который~~ долженъ приводить во



всѣ части курса, не только для того, чтобы получалась каждый разъ работа, ~~увлекательная~~ глазъ ребенка, но и для закрѣпленія необходимости представлений подѣ контролемъ мышечнаго чувства: ~~чтобы~~ ~~было~~ ~~легко~~ ~~будетъ~~ провести на бумагѣ прямую линію и на ней ~~вдоль~~ ~~черточками~~ обозначить концы отрѣзка въ 7 сантиметрахъ, а другое дѣло—нанести рядъ поперечныхъ черточекъ ~~на~~ ~~всю~~ ~~протяженію~~ тѣхъ же семи сантиметровъ!

Когда дѣти ~~совершенно~~ ~~итальяно~~ справляются съ относящими сюда задачами, ~~каждый~~ ~~разъ~~ (если надо нѣсколько задержать вниманіе ~~дѣтей~~ ~~на~~ ~~этой~~ ~~работѣ~~) значительно разнообразить, внося фигуры, ~~образованныя~~ пересѣченіемъ прямыхъ и т. п., но не обрамляя ~~угловъ~~ ~~между~~ ~~прямыми~~, мы возвращаемся теперь ~~къ~~ ~~тѣмъ~~. Обычно я беру для изученія прежде всего ~~курсъ~~ ~~и~~ ~~простою~~ ознакомленіе съ нимъ

¹⁾ Почти всѣ чертежи ~~приведены~~ ~~къ~~ докладу, на Създѣ были продемонстрированы въ видѣ работъ ~~въ~~ ~~видѣ~~ папирсной бумаги (въ крупномъ масштабѣ), наклеенной на ~~фонѣ~~ ~~дѣлѣ~~ черной папирсной бумаги. Какъ выглядятъ соответственныя ~~работы~~ ~~въ~~ ~~рукахъ~~ учащихся, можно видѣть на исполненныхъ въ краскахъ ~~рисункахъ~~ ~~предложенныхъ~~ къ первой части учебника геометріи пишущаго: ~~въ~~ ~~справкѣ~~ А. Р. Булишера. Учебникъ геометріи, курсъ пропедевтическій.

примѣрно въ духѣ Трейлейна; не дохожу только до терминовъ «параллельность», «перпендикулярность», другими словами, останавливаюсь на изученіи куба значительно раньше, чѣмъ это дѣлаетъ Трейтейнъ, и затѣмъ уже перехожу къ изученію квадрата. Тутъ впервые появляются углы. Группѣ учениковъ (8—10 человѣкамъ) предлагается заполнить одинъ изъ угловъ въ классѣ (интересно, что иногда въ первый моментъ они располагаются вдоль по стѣнамъ и только потомъ выясняется, что уголь остался не заполненнымъ). Далѣе, всѣ учащіеся достаютъ изъ числа учебниковъ, принесенныхъ въ классѣ какую-либо книгу средняго формата, раскрываютъ ее, примѣрно, по срединѣ и берутъ ее въ руки такъ, чтобы края переплета той и другой половины книги вмѣстѣ съ листами соотвѣтственной книги лежали свободно между большимъ и указательнымъ пальцами каждой руки. Потомъ прижимаемъ остальными четырьмя пальцами переплетъ вмѣстѣ съ листами къ большому пальцамъ, находящимся внутри книги, и потомъ уже, при перемѣнѣ положенія рукъ, не измѣняемъ положенія пальцевъ, которыми книгу придерживаемъ.

(Учитель показываетъ, какъ это сдѣлать). Затѣмъ преподаватель предлагаетъ раскрыть книгу на такой уголь, какъ тотъ, въ которомъ только что стояли ученики. Интересно, что ученики, не зная ни угловъ вообще (какъ разъ передъ тѣмъ, при заполненіи угла, нѣкоторые изъ нихъ съ этимъ заданьемъ справиться не могутъ), ни тѣмъ болѣе двугранныхъ угловъ, съ заданіемъ, за рѣдкими исключеніями, справляются безошибочно. Далѣе, предлагается снова закрыть книгу и раскрыть на уголь между потолкомъ и стѣной, стѣной и поломъ, причемъ каждый разъ надо располагать обѣ половины переплета такъ, какъ расположены стѣны и потолокъ въ томъ углѣ, который беремъ за образецъ. Позже преподаватель такъ и предлагаетъ скопировать тотъ или другой уголь. Такимъ образомъ здѣсь опять, хотя ни слова не говорится о параллельныхъ плоскостяхъ, дѣти приводятся интуитивно и путемъ работы зрѣнія (ощѣнка на глазъ, воображеніе пространственное) и мышечнаго чувства къ представленію о равенствѣ двугранныхъ угловъ съ параллельными сторонами.

Опять повторяю, что ни тотъ, ни другой терминъ ни

здѣсь, ни позже въ первомъ классѣ не употребляются. Можетъ еще возникнуть вопросъ, ~~удобно ли выводить въ пространствѣ, при помощи разгибанія книги, всевозможные углы, разъ мы не перемѣняемъ въ то же время положенія пальцевъ, которыми держимъ книгу: не будемъ ли мы при этомъ придавать рукамъ неестественно выходящія формы. Сказывается, что надо только приноровиться, и ~~владѣние, необходимыми~~ при переходѣ отъ одного угла къ другому, ~~выполняется совершенно~~ плавно, безъ какого-либо излишняго напряжения или необходимости неудобнаго положенія рукъ.~~

Не надо прибавлять, что ~~это же владѣние~~, ради которыхъ, собственно, мы предлагаемъ ~~не снимать изъ книги~~ пальцевъ, пока производить относящіяся къ ~~упражненію~~ (2—3 минуты), вносить очень много въ ~~ихъ образованіе~~ прочныхъ пространственныхъ представлений ~~испытывать~~ мышечнаго чувства.

Когда это упражненіе ~~выполняется~~ достаточно отчетливо, ученикамъ предлагается ~~опредѣлить~~ при помощи разгибанія книги такой уголь, какой образуется ~~между~~ ~~одной~~ ~~изъ~~ смежные края классной доски. Интересно, что ~~в ту же~~ ~~связи~~ ~~между~~ линейными углами и, равными по размаху ~~дугамъ~~, свзатываются сразу безъ запинки.

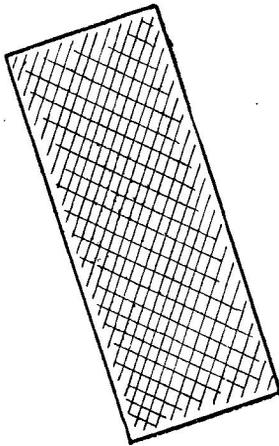
Потомъ идетъ копированіе (въ видутѣ) при помощи разгибанія книги другихъ угловъ ~~и~~ ~~копированіе~~ ихъ на глазъ, безъ какихъ-либо орудій, въ тетради и «заполненіе» цвѣтнымъ карандашемъ угла на бумагѣ (черт. 2).



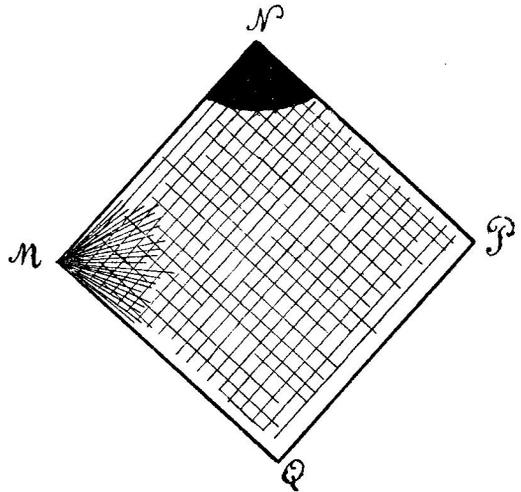
Черт. 2

Тутъ же выясняется ~~неясное~~ значеніе терминовъ уголь, стороны угла и вершина угла. Такая работа можетъ быть произведена подъ руководствомъ учителя при минимальныхъ указаніяхъ съ его стороны. Во всемъ остальномъ дѣти

предоставлены своему соображенію, подкрѣпленному дѣятельностью главнымъ образомъ названныхъ выше двухъ чувствъ. Конечно, учитель является направляющей силой, но въ то же время нельзя отрицать, что при такомъ веденіи дѣла матеріаль для дальнѣйшихъ построеній все же самими учениками вырабатывается путемъ цѣлаго ряда сознательныхъ, полусознательныхъ умозаключеній (послѣднія же играютъ немалую роль въ обиходной жизни даже взрослыхъ людей), а попросту воспринимаются. Теперь мы даемъ названіе такому углу, какой представляетъ собой уголь доски, говоримъ, что это прямой уголь и спрашиваемъ, какъ разогнуть книгу на больший уголь, чѣмъ прямой. Какъ удостовѣриться въ этомъ? Тутъ дѣти обыкновенно высказываютъ очень интересныя соображенія. Какъ разогнуть книгу на уголь, меньшій, чѣмъ уголь доски, меньшій прямого? Какіе углы мы видимъ въ квадратѣ? Когда мы установимъ, что углы въ квадратѣ прямые, а стороны равны, то



Черт. 3.



Черт. 4.

наступаетъ время для изготовленія квадрата путемъ сгибанія, для выработки приема образованія прямого угла путемъ двухъ соотвѣтственныхъ сгибаній бумаги и, наконецъ, къ вычерчиванію квадрата.

О нѣсколькихъ дополнительныхъ, но очень важныхъ предварительныхъ работахъ чертежнаго характера, дающихъ дѣтямъ возможность съ увѣренностью чертить квадраты по заданной

сторонъ и прямоугольники въ ~~различныхъ~~ положеніяхъ, а не только прямоугольнике ~~со сторонами~~ параллельными краямъ тетради, со всякаго ~~рода~~ ~~изобразитъ~~ ~~эти~~ угловъ, контуровъ или площадей, можно ~~судить~~ ~~въ~~ ~~представитъ~~ чертежамъ. Образцы чертежей такого ~~рода~~ ~~приведены~~ ~~ниже~~ № 3 и 4.

Числовой материалъ ~~представляетъ~~ ~~суть~~ ~~изъ~~ геометрическимъ, ученики даютъ ~~попутно~~ ~~случайныя~~ опредѣленія той или другой части работы. ~~Впрочемъ~~ ~~эти~~ ~~случайныя~~ опредѣленія должны быть въ теченіе года ~~услышаны~~ ~~дѣтски~~ ~~путемъ~~ ~~со-~~ ~~ответственныхъ~~ повтореній ~~встрѣчныя~~ ~~тѣмъ~~ ~~образомъ~~ они могли на репетиціи¹⁾, какую полезнѣе въ ~~каждой~~ ~~формѣ~~ устроить въ концѣ года въ видѣ ~~цѣль~~ ~~дѣтъ~~ ~~за~~ ~~каждого~~ урока, назвать своимъ именемъ ~~этотъ~~ ~~какой~~ ~~учебный~~ ~~материалъ~~. Но объ этой сторонѣ ~~дѣла~~ ~~болѣе~~ ~~дѣтъ~~ ~~не~~ ~~буду~~ ~~говорить~~ и перейду прямо къ слѣдующему ~~этапу~~ ~~работы~~ заслуживающему, какъ мнѣ кажется, ~~важнаго~~ ~~вниманія~~ ~~ученика~~ — къ розысканію развертки куба.

Въ нѣкоторыхъ изъ ~~представленныхъ~~ ~~ниже~~ ~~курсовъ~~ развертки тѣль даны въ ~~формѣ~~ ~~линій~~ ~~на~~ ~~чертежѣ~~, а иногда даже въ готовомъ ~~видѣ~~ ~~линій~~ ~~нужно~~ ~~только~~ ихъ вырѣзать.

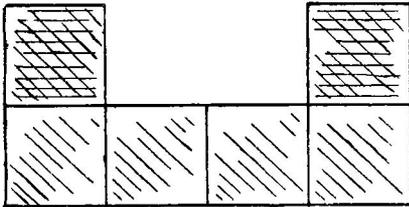
Конечно, знакомство ~~с~~ ~~материаломъ~~ ~~готовымъ~~ ~~изготовленной~~ самимъ ребенкомъ, очень ~~важно~~. Но работа въ дидактическомъ отношеніи много ~~выигрываетъ~~ ~~особенно~~ ~~попутно~~ нѣкоторыя стороны геометріи ~~какъ~~ ~~правила~~, если поступить нѣсколько иначе.

Вмѣсто того, чтобы дать ~~линейку~~ ~~развертки~~ въ формѣ болѣе или менѣе готовой, ~~лучше~~ ~~вырезать~~ ~~самые~~ ~~кубики~~ (деревянные небольшіе кубики ~~стать~~ ~~очень~~ ~~недорого~~ и нужны для многихъ другихъ частей курса) ~~каждому~~ изъ учащихся и обсудить вмѣстѣ съ ~~нимъ~~ ~~идею~~ ~~или~~ ~~прямого~~ ~~обертыванія~~ бумагой, конечно, ~~выполняемую~~ ~~не~~ ~~учителемъ~~, или другимъ

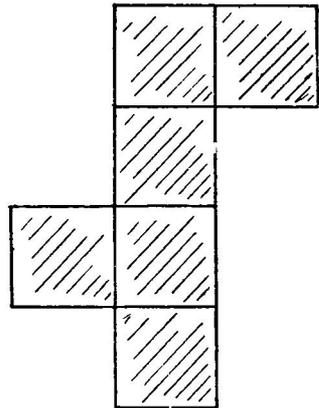
¹⁾ Если репетиція или ~~занятія~~ ~~не~~ ~~въ~~ ~~каждой~~ ~~мѣрѣ~~ не вліяютъ на переводъ въ слѣдующій классъ и ~~всѣмъ~~ ~~характеръ~~ ~~сводки~~ ~~всего~~ ~~разсмотрѣннаго~~ за годъ, если при томъ они ~~устраиваются~~ ~~безъ~~ ~~предупрежденія~~ учащихся, то эта форма занятій ничуть ~~дѣтъ~~ ~~не~~ ~~выигрываетъ~~, а, напротивъ того, вызываетъ у нихъ естественный ~~энтузиазмъ~~ ~~какую~~ ~~всегда~~ у ~~каждаго~~ ~~сопровождается~~ выполненіе любой интересной и ~~интересной~~ ~~важной~~, ~~неутомительной~~ работы.

болѣе тонкимъ приѣмомъ), какой видъ долженъ имѣть кусокъ бумаги, которымъ можно было бы обернуть кубъ со всѣхъ сторонъ, при томъ такъ, чтобы лишнихъ кусковъ бумаги не оставалось. Когда классъ опредѣлилъ, что такая обертка, или развертка (небольшое обсужденіе самого термина, къ которому надо подвести дѣтей), состоитъ изъ 6 квадратовъ, вы предлагаете каждому изготовить фигуру, состоящую изъ 6 квадратовъ, указавъ только размѣры сторонъ этихъ квадратовъ.

При этомъ неминуемо натолкнемся на такого рода обстоятельство, что у нѣкоторыхъ учениковъ получатся фигуры, состоящія подобно тѣмъ, какія нашли ихъ товарищи, изъ 6 квадратовъ, но расположеніе квадратовъ здѣсь таково, что образовать кубъ однимъ сгибаніемъ фигуры нельзя. И вотъ эта «ошибка», за минуту передъ тѣмъ вызывавшая у ребенка замѣшательство, становится предметомъ живого обсуждения, изъ котораго классъ выноситъ впечатлѣніе, что при образованіи тѣхъ или другихъ геометрическихъ образовъ рѣшающее значеніе могутъ имѣть не только форма и размѣры отдѣльныхъ элементовъ образа, или всего образа, но и поря-



Черт. 5.



Черт. 6.

докъ, въ которомъ слѣдуютъ эти элементы. Такимъ образомъ, здѣсь дѣтей можно привести къ уразумѣнію того, что геометрія является не только ученіемъ о геометрическихъ величинахъ, но и о расположеніи величинъ въ пространствѣ, то есть къ уразумѣнію той идеи, на которой часто, къ сожалѣнію, совершенно не останавливались въ школѣ (см. чер-

тежи 5 и 6). Разсмотрѣніе развертки куба въ этомъ смыслѣ даетъ первое указаніе ребенку, которое, конечно, надо развить въ дальнѣйшихъ частяхъ курса геометріи, какъ пропедевтическаго, такъ и систематическаго. По выполненіи ряда чертежныхъ работъ на эту тему по различнымъ числовымъ заданиямъ въ формѣ ли изображенія такихъ фигуръ ¹⁾, изъ которыхъ можно или нельзя было бы образовать кубъ однимъ сгибаніемъ, или въ какой-нибудь другой формѣ и по выясненіи того, что у дѣтей образовались достаточно твердые навыки, мы переходимъ къ изготовленію такой модели изъ папки; какъ видите, этотъ путь нѣсколько длиннѣе, но мнѣ думается, что, идя такимъ путемъ, мы добьемся болѣе цѣнныхъ результатовъ.

Курсъ ариѳметики въ это время даетъ намъ необходимый матеріалъ въ области укрѣпленія навыковъ въ измѣреніи линейныхъ прямыхъ и кривыхъ. На прилагаемыхъ снимкахъ ²⁾ мы



Черт. 7.

какъ разъ видимъ такіа измѣренія: здѣсь дѣти измѣряютъ длину зданія; тутъ — обхватъ дерева самодѣльными аршинами въ видѣ бумажныхъ лентъ съ раскрашенными въ два цвѣта верхками; тутъ — одинъ изъ учениковъ, взобравшись на лѣстницу (въ классѣ всегда имѣются ученики настолько ловкіе, что такой подъемъ можно разрѣшить имъ безъ опасенія), а другой

¹⁾ Состоящихъ, конечно, изъ 6 квадратовъ.

²⁾ Показываютъ на экранѣ діапозитивы, изображенные у насъ подъ №№ 7—8—9.

внизу—измѣряютъ разстояніе отъ верхней точки до земли по отвѣсу и т. п.

Посмотримъ теперь, какъ перейти къ острому углу. Часто онъ появляется довольно внезапно. Вотъ то-то называется



Черт. 8.

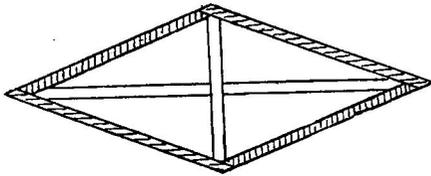
острымъ угломъ. Однимъ изъ болѣе естественныхъ переходовъ (можно придумать, конечно, разные пути) къ острому углу будетъ слѣдующій.



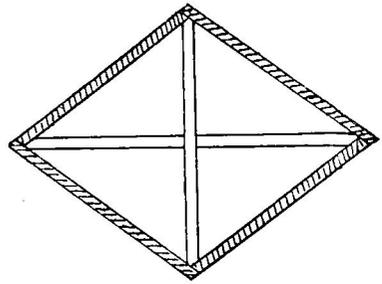
Черт. 9.

Вы задаете вопросъ: могутъ ли быть такіе четырехугольники, у которыхъ всѣ стороны были бы равны, но углы не

п р я м ы е. Дѣти, знакомые съ квадратомъ, склонны отвѣтить (и, дѣйствительно, отвѣчаютъ), что такихъ четырехугольниковъ быть не можетъ. Отдѣльные ученики, думающіе, что такіе четырехугольники существовать могутъ, обычно какъ-то быстро замолкаютъ, и только очень рѣдко находится настойчивый ребенокъ, все же не поддающійся общему голосу. Тогда преподаватель предлагаетъ изготовить четырехугольникъ съ равными сторонами и скрѣпить въ вершинахъ небольшими шпильками, тутъ же изготовленными учениками (въ видѣ маленькой дамской головной шпильки съ прижатыми другъ къ другу концами) изъ розданныхъ учителемъ предварительно нарѣзан-



Черт. 10.



Черт. 11.

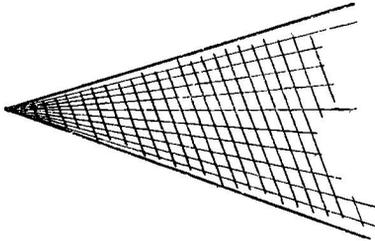
ныхъ параллельныхъ кусочковъ тонкой отожженной желѣзной проволоки, какая служить для изготовленія бумажныхъ цвѣтовъ ¹⁾).

Когда у насъ изготовленъ такой четырехугольникъ, достаточно слегка потянуть за двѣ противоположныя вершины для полученія новыхъ искомыхъ фигуръ. Весь классъ послѣдовательно производитъ рядъ измѣненій этихъ четырехугольничковъ-ромбовъ, изучаетъ свойства угловъ (равенство противоположныхъ угловъ), опредѣляетъ сначала на глазъ, потомъ при помощи фигуръ, согнутыхъ изъ бумаги, уголь, подъ которымъ пересѣкаются діагонали ромба. Далѣе идутъ работы, чертежнаго характера, построеніе ромбовъ по заданнымъ діагоналямъ (см. чертежи 10 и 11), построеніе ромба по заданной сторонѣ

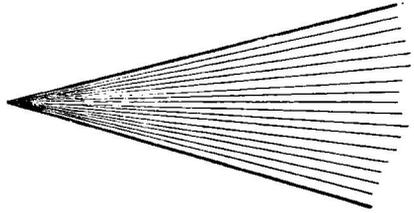
¹⁾ Каждый такой кусочекъ проволоки имѣетъ въ длину $3-3\frac{1}{2}$ сантиметра; скрѣпленіе должно быть произведено такъ, что обѣ полоски могли вращаться около шпильки, закругленный конецъ которой служить какъ бы головкой, а продѣтые концы расправляются.

(безъ циркуля, при помощи одной только линейки, раздѣленной на сантиметры), далѣе идутъ пересѣченіе двухъ ромбовъ и четырехъ ромбовъ, дающихъ очень красивыя фигуры въ видѣ звѣзды. Раскрашиваніе этихъ фигуръ (пачки карандашей въ 30 копѣекъ хватаетъ дѣтямъ на $1\frac{1}{2}$ — 2 года) доставляетъ учащимся большое удовольствіе.

Въ классѣ вопросъ предлагается, напримѣръ, въ такой формѣ: сколько можно провести прямыхъ черезъ ту или

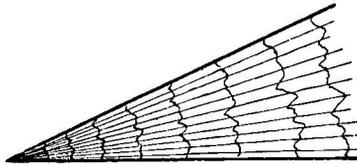


Черт. 12.



Черт. 13.

другую точку? Иногда отвѣчаютъ, что больше, скажемъ, трехъ или четырехъ нельзя. Постепенно приходимъ къ связкѣ прямыхъ, къ образу, съ которымъ имѣемъ дѣло въ разныхъ частяхъ курса (многогранные углы, пирамиды, симметрія и т. п.). Такъ что есть возможность съ пользою вводить нѣкоторые термины и образы проективной геометріи, сравнительно, рано.



Черт. 14.

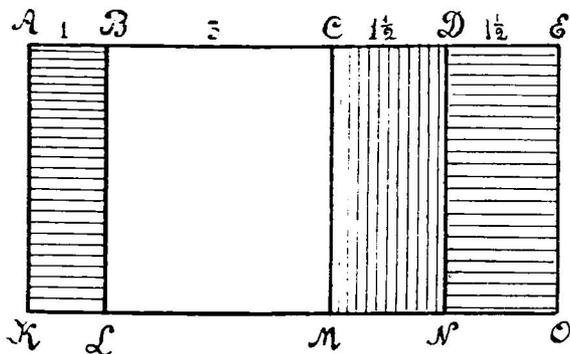
Отмѣтимъ еще, что при вычерчиваніи угловъ въ отдѣльности полезно прибѣгать къ разнымъ способамъ штриховки, которые тутъ же закладываютъ представленіе объ углѣ, какъ объ нѣкоторой части плоскости, заключенной между двумя пересѣкающимися прямыми, или какъ о части пучка лучей. (см. чертежи 12, 13 14).

Этотъ послѣдній образъ, естественно, приводитъ въ разныхъ части нашего курса, наряду съ другимъ образомъ

проективной геометрiи, который мы тотчасъ воспроизведемъ тутъ, на кафедрѣ, при помощи тесьмы ¹⁾.

На урокахъ ариметики при помощи квадратныхъ аршинъ, изготовленныхъ учениками изъ бумаги ²⁾, идетъ изученіе площадей квадратовъ и прямоугольниковъ.

Названный нами материалъ составляетъ программу перваго года начальнаго курса геометрiи ³⁾. Чтобы не утомлять вашего вниманія, я теперь только бѣгло укажу программу 2-го класса. Она посвящена, главнымъ образомъ, изученію перпендикулярности и параллельности (перпендикулярность прямой къ плоскости и обратно, параллельность плоскостей, параллельность прямыхъ, параллелограммы и т. п. призмы, ихъ боковыя поверхности и объемъ прямыхъ призмъ съ квадратнымъ и прямоугольнымъ основаніями). Не буду теперь рассказывать, какъ все это дѣлается, тѣмъ болѣе, что предполагаю во второй половинѣ этого года выпустить пропедевтическій курсъ, гдѣ все, относящееся къ тѣмъ или другимъ моментамъ работы, будетъ достаточно пояснено.



Черт. 15.

Остановлюсь развѣ на томъ, что параллельность плоскостей предшествуетъ здѣсь разсмотрѣнію параллельности прямыхъ, что

¹⁾ На кафедрѣ 8 человекъ держатъ концы растянутыхъ тесьмы, воспроизводятъ пересѣченіе 4 прямыхъ въ одной точкѣ.

²⁾ См. Ю и Г в. Какъ преподавать математику. Спб. 1912, вып. II, прил. 2-ое.

³⁾ Разсчитанные, какъ было сказано, на три года; каждый годъ мы считаемъ въ 25—26 учебныхъ часовъ.

очень умѣстны здѣсь ¹⁾ чертежныя работы, изображенныя у насъ въ краскахъ на двухъ діаграммахъ, представляющихъ рядъ прямоугольниковъ одинаковой высоты, прилежающихъ другъ къ другу длинами, а другими своими сторонами къ одной и той же прямой (см. черт. 15). Современемъ, когда мы обратимся къ параллельнымъ линіямъ, производимое нами теперь выполнение этихъ чертежей, перейдя въ область твердыхъ навыковъ, послужитъ свою службу. Очень полезны также производимыя на глазъ измѣренія, причѣмъ послѣднія измѣренія поверхности посредствомъ прекраснаго дешеваго пособія, угломѣра, стоящаго всего нѣсколько копеекъ, предложеннаго И. Н. Кавуномъ.

Третій классъ. Шаръ и связка; окружность и пучекъ. Симметрія. Подобіе. Пиагорова теорема. Измѣреніе площадей параллелограмма и трапеціи. Треугольники и ихъ площади. Треугольная пирамида. Конусъ. Цилиндръ. Шаръ. Объемы и поверхности этихъ тѣлъ.

Если мы сопоставимъ этотъ курсъ съ курсомъ Трейтлейна, то увидимъ, что въ нѣсколькихъ частяхъ своихъ оба они сильно расходятся: у Трейтлейна, на примѣръ, значительно раньше говорится о перпендикулярности, симметріи, параллельности. Нѣтъ у него въ нѣкоторыхъ мѣстахъ того подробнаго розысканія образа, какой намъ представляется желательнымъ. Но при этихъ расхожденіяхъ, я лично съ чувствомъ большого удовлетворенія проработалъ бы съ учениками такой курсъ, какъ Трейтлейна, если бы въ этомъ представилась необходимость. Вся-то суть въ томъ, что курсъ Трейтлейна или другой аналогичный важны для насъ не столько съ той точки зрѣнія, что представляютъ собой готовый матеріалъ, который можно буквально скопировать, сколько потому, что они показываютъ намъ, какъ подойти къ этому еще не достаточно разработанному вопросу проведенія пропедевтическаго курса, вопросу настолько невыясненному, что иногда, какъ мы

¹⁾ Какъ на примѣръ того, насколько разнообразны области, изъ которыхъ можетъ черпать преподаватель матеріалъ для нашего курса, укажу, что къ этимъ построениямъ я пришелъ подъ влияніемъ чтенія неевклидовой геометріи, гдѣ они встрѣчаются; идею же окрашенныхъ пятенъ позаимствовалъ изъ работы, производимой еще лѣтъ 20 тому назадъ талантливымъ петербургскимъ педагогомъ Юліей Ивановной Фаусекъ. Въ этомъ году вышла ея интересная книжка—пособіе «Бумажное Царство».

видѣли выше, мѣсто курса пропедевтическаго можетъ занять у преподавателя сокращенный сжатый курсъ систематическій.

Поэтому мы высказываемъ убѣжденіе, что равноцѣнныхъ пропедевтическихъ курсовъ можетъ быть очень много, что надъ ними слѣдуетъ поработать на практикѣ всѣмъ, кого этотъ вопросъ въ ближайшее время интересуесть; надо внести въ это дѣло всю личную изобрѣтательность, чтобы общіе труды могли пойти впослѣдствіи на пользу другимъ товарищамъ по работѣ. При наличности же ряда руководствъ, нами названныхъ, еще болѣе важно выработать теперь хоть нѣкоторые критеріи того курса, который мы въ правѣ были бы назвать пропедевтическимъ курсомъ геометріи. Такими критеріями могли бы служить, мнѣ кажется бы, слѣдующія положенія.

1) Пропедевтическій курсъ геометріи долженъ удовлетворять всѣмъ строгимъ требованіямъ общей дидактики, принимающей во вниманіе особенности того или другого возраста, и въ силу этого основанной на разумной (не утрированной) самодѣятельности учащихся.

2) Матеріаль, изучаемый здѣсь, не долженъ быть очень великъ. Все разсмотрѣнное должно стать прочнымъ достояніемъ учащихся и перейти при посредствѣ планомѣрной классной (отчасти домашней у ребенка работы) въ область твердыхъ навыковъ.

3) Слово должно сопутствовать всему тому, что выполняетъ мысль и рука учащаго.

4) Матеріаль долженъ быть связанъ съ тѣми пространственными представленіями, которыя ребенокъ вынесъ или можетъ вынести изъ повседнежнаго опыта, а также съ нѣкоторыми сторонами строительнаго и инженернаго искусства и твореній природы.

5) Изучаемые образы должны быть связаны извѣстной зависимостью; возникновеніе новыхъ образовъ изъ старыхъ весьма важно. Образы трехъ измѣреній должно цѣлесообразно сочетать съ изображеніемъ фигуръ на плоскости.

6) На матеріалѣ должны отпечатлѣваться, въ извѣстной мѣрѣ, приемы мышленія новыхъ геометровъ (текучесть геометрическихъ образовъ).

7) Въ немъ должны всплывать разсужденія и обобщенія характера (особенно въ заключеніи) доказательнаго.

8) Тщательно продуманъ долженъ быть переходъ отъ начального курса къ слѣдующей части занятій по геометріи.



Черт. 16.

Пусть же ученики, вооруженные знаніями, приобретенными въ пропедевтическомъ курсѣ, приступятъ къ работѣ систематическаго курса съ рядомъ вопросовъ и запросовъ, пусть неосла-



Черт. 17.

бѣвающая напряженность занятій въ систематическомъ курсѣ придетъ на смѣну теперешней пассивности мышленія, и тогда сопоставленіе работы учениковъ, прошедшихъ пропедев-

тическій курсъ, по сравненію съ занятіями тѣхъ учениковъ, которые сразу или почти сразу приступали къ изученію доказательствъ, будетъ лучшей защитой нашихъ пожеланій въ этой области и убѣдительнымъ доказательствомъ въ необходимости подобныхъ занятій въ глазахъ каждаго объективнаго друга школы.

Этимъ я позволю себѣ закончить свой докладъ, а теперь намъ покажутъ на экранѣ два діапозитива, передающихъ работу учащихся въ классѣ: это—прямой уголъ, а тутъ вы видите—уголъ острый ¹⁾.)»

Т е з и с ы .

I. Введеніе въ учебный планъ пропедвѣтическаго курса геометріи не только преслѣдуетъ задачу болѣе цѣлесообразнаго выполненія послѣдующаго систематическаго курса, но является однимъ изъ необходимыхъ условій правильнаго развитія мышленія ребенка, неразрывно связаннымъ съ общими воспитательными и образовательными цѣлями школы.

II. При практическомъ проведеніи пропедвѣтическаго курса для преподавателя необходимы, съ одной стороны, проработанные уже другими преподавателями образцы подобныхъ курсовъ (въ формѣ ли книгъ, журнальныхъ статей, пробныхъ уроковъ и т. п.), но еще болѣе необходимо отчетливое пониманіе критеріевъ правильности построенія подобнаго курса.

III. Отчетливое уясненіе подобныхъ критеріевъ позволяетъ преподавателю вносить цѣлесообразныя видоизмѣненія въ выполненную уже другими преподавателями работу.

IV. Матеріаль, вводимый въ подобный курсъ, долженъ имѣть большое отношеніе къ тому міру пространственныхъ и обыденныхъ представленій, въ которомъ живетъ ребенокъ.

V. Курсъ долженъ оказать до извѣстной степени помощь другимъ предметамъ перваго цикла учебнаго плана средней школы (арифметикѣ, географіи, естествознанію).

¹⁾ Снимки №№. 16 и 17.

VI. Пропедевтический курсъ долженъ, съ одной стороны, способствовать обученію нѣкоторыхъ важнѣйшихъ свойствъ пространства, способствовать, такъ сказать, выработкѣ «пространственной грамотности», съ другой стороны, внести свою долю въ дѣло развитія мышленія и умѣнія правильно формулировать умозаключеніе.

VII. Часть вопросовъ систематическаго курса геометріи будетъ основательно рассмотрѣна въ курсѣ пропедевтическомъ.

VIII. Элементъ эстетическій (развитіе художественнаго вкуса) долженъ приводить во всѣ части пропедевтическаго курса.

IX. Всѣ точки зрѣнія, которыми руководствуются строители систематическаго курса геометріи, не могутъ не оказать своего вліянія также на курсъ пропедевтической.

X. Проведеніе пропедевтическаго курса въ средней школѣ въ теченіе болѣе или менѣе значительнаго промежутка времени (10—20 лѣтъ) не останется безъ вліянія также на дальнѣйшее построеніе курса систематическаго.

XI. Работа по выработкѣ пропедевтическаго курса можетъ оказаться полезной для начальной школы.
