

РЪШЕНИЕ ПРИМЪРОВЪ,

ПОМЪЩЕННЫХЪ ВЪ

# ЭЛЕМЕНТАРНОЙ АЛГЕБРЪ

*А. Киселева.*

*Составилъ В. Вроблевскій.*

ИЗДАНИЕ В. И. РУБИНОВАГО.

1913.



**Алгебра.** Сборникъ задачъ, предлагавшихся на конкурсныхъ экзаменахъ въ институтахъ: Инженеровъ Путей Сообщенія, Горномъ, Технолгическомъ и др., съ приложеніемъ программъ по алгебрѣ для поступленія въ означенные институты. Составилъ В. Вроблевскій. Сиб. Цѣна 90 к.

**Геометрія.** Сборникъ задачъ, предлагавшихся на конкурсныхъ экзаменахъ въ институтахъ: Инженеровъ Путей Сообщенія, Горномъ, Технологическомъ и др., съ приложеніемъ программъ по геометріи для поступления въ означенные институты. Составилъ В. Вроблевскій. Сиб. Ц. 1 р.

**Тригонометрія.** Сборникъ задачъ, предлагавшихся на конкурсныхъ экзаменахъ въ институтахъ: Инженеровъ Путей Сообщенія, Горномъ, Технологическомъ и др., съ приложеніемъ программъ по тригонометріи для поступления въ означенные институты. Составилъ В. Вроблевскій. Сиб. Ц. 75 к.

**Рѣшенія къ сборнику ариометическихъ задачъ Ираклія Верещина.** Составилъ В. Вроблевскій. Часть I и II. Цѣлыя и дробныя числа. Изд. 4-ое, дополн. Сиб. Ц. 75 к. Часть III 75 к.

**Рѣшенія задачъ элементарной геометріи А. Киселева.** Составилъ В. Вроблевскій. Сиб. 1911 г. Ц. 75 к.

**Рѣшенія задачъ геометріи Давыдова.** Составилъ Вроблевскій. Сиб. Ц. 40 к.

**Рѣшенія задачъ Геометріи В. Вулиха.** Составилъ В. Вроблевскій. Сиб. ц. 40 к.

**Рѣшенія къ Сборнику Алгебраическихъ Задачъ**

**Н. Шапошникова и Вальцова.** Сост. В. Вроблевскій. Въ 2-хъ частяхъ 308 стр. 1911 г. ц. 1 р. 50 к.

**Рѣшеніе примѣровъ,** помѣщенныхъ въ элементарной Алгебрѣ А. Киселева. Сост. В. Вроблевскій. Ц. 30 к.

**Рѣшеніе Ариометическихъ задачъ Сборника А. Стеблова.** Состав. В. Вроблевскій, Сиб. Ц. 1 р. 50 к.

**Рѣшеніе примѣровъ,** помѣщенныхъ въ элементарной Алгебрѣ А. Киселева. Ц. 25 к.

**Французская азбука.** Простѣйшая школа для самообученія чтенію и письму на французскомъ языкѣ. Составила В. Клявдинъ, ц. 25 к.

**Русс-о-французско-нѣмецкіе разговоры.** Въ двухъ частяхъ. Руководство, служащее къ приобретенію навыка и умѣнья основательно изъясняться на этихъ трехъ языкахъ и содержащее также разговоры о путешествіяхъ, желѣзныхъ дорогахъ, пароходахъ и др. Съ приложеніемъ: 1) Правилъ произношенія словъ французскихъ для русскихъ и нѣмцевъ; русскихъ для французовъ и нѣмцевъ; нѣмецкихъ для русскихъ и французовъ. 2) Идиотизмовъ. 3) И словицъ и поговорокъ. 4) Омонимовъ, съ практическими упражненіями на каждый изъ нихъ. Десят. изд., вновь исправл. Ц. 1 р. 50 к.

**Читать, писать и говорить по-англійски.** Новый способъ выучиться въ 73 урока Метода профессора Оллендорфа, одобренная парижскимъ факултетомъ. Составлена и приспособлена для русскихъ А. Михельсономъ. 4-ое изданіе. Ц. 2 р. Легко тѣ изученія иностранныхъ языковъ по методу Оллендорфа признавае всю Европою. Достоинства и преимущества ея передъ другими способами доказываются уже тѣмъ, что въ цивилизованномъ мірѣ нѣтъ народа, который не примѣнялъ бы ее для своего употребленія.

**Новая метода** правильно читать, писать и говорить на нѣмецкомъ языкѣ въ 6 мѣсяцевъ. Сочиненіе профессора Оллендорфа. Одобренная парижскимъ факултетомъ, составлена для русскихъ по послѣднему парижскому изданію. 6-ое изданіе, подъ редакціей А. А. Быкова. 2 т., ц. 1 р. 50 к.

Тип. Сиб. Одноточной типош, Арсенальнаго цхо., 5.

Издатель: В. Губинскій  
по новому  
обозначенію

Въ „Элементарной алгебрѣ“ А. Киселева при некоторыхъ параграфахъ даны примѣры для того, чтобы учащiеся на нихъ могли болѣе основательно изучить теорiю. Однако примѣры эти либо рѣшены вкратцѣ, либо снабжены только окончательнымъ результатомъ, почему мы считали не лишнимъ дать ихъ полное рѣшенiе. Тѣ же примѣры, которыхъ въ „Алгебрѣ“ приведено полное рѣшенiе, мы въ наши рѣшенiя не внесли.

## § 10.

$$1. a + b + a + 2 + b + a + 8 = a + a + a + b + b + 2 + 8 = (a + a + a) + (b + b) + (2 + 8) = a \cdot 3 + b \cdot 2 + 10 = 3a + 2b + 10.$$

$$2. a + (b + a) = a + b + a = a + a + b = (a + a) + b = 2 + b = 2a + b.$$

$$3. a.(3xxa).(4ay) = a.3.x.x.a.4.a.y = 3.4.a.a.a.x.x.y = (3.4)(aaa)(xx)y = 12a^3x^2y.$$

$$4. a^3a^2 = (aaa)(aa) = aaaaa = a^5.$$

$$5. (a + x + 1) \cdot 3 = a \cdot 3 + x \cdot 3 + 1 \cdot 3 = 3a + 3x + 3.$$

$$6. x(ax^2 + x) = x(ax^2) + x \cdot x = ax^2 \cdot x + x \cdot x = ax^3 + x^2.$$

$$7. m + (a - m) = m + a - m = a + m - m = a.$$

$$8. p - (q - p) = p - q + p = p + p - q = (p + p) - q = 2p - q.$$

$$9. \frac{9ab}{3} = \frac{9}{3} \cdot ab = 3ab.$$

## § 21.

1. Пусть разстоянiе отъ точки  $A$  до точки  $B$  будетъ  $m$  верстъ, а разстоянiе точки  $B$  до точки  $C$   $n$  верстъ. При рѣшенiи этой задачи можетъ быть три случая: 1)  $m > n$ , 2)  $m = n$  и 3)  $m < n$ . Разсмотримъ каждый изъ нихъ.

1)  $m > n$ . Если  $m$  больше  $n$ , то иѣсходъ, вышедшiй изъ  $A$ , дойдя до  $B$  и повернувъ назадъ, остановится въ точкѣ  $C$ , которая находится влѣво отъ точки  $B$  на разстоянiи  $n$  верстъ отъ нея. Такъ какъ, по условiю,  $m > n$ , то, слѣдовательно, точка  $C$  лежитъ между точками  $A$  и  $B$ , а именно, на разстоянiи  $m - n$  верстъ отъ точки  $A$  и на разстоянiи  $n$  верстъ отъ точки  $B$ .

Проверимъ это. Расстояніе отъ  $A$  до  $B$  равно расстоянію  $AC+CB$  или  $m-n+n=m$ , то есть, что расстояніе  $AB$  равно пути, пройденному пѣшеходомъ изъ  $B$  въ  $C$  плюсъ путь, который остается пройти ему изъ точки  $C$ , чтобы дойти до точки  $A$ .

2)  $m=n$ . Если  $m=n$ , то пѣшеходъ, вышедшій изъ  $A$ , дойдя до  $B$  и повернувъ назадъ, остановится въ точкѣ  $C$ , которая находится влѣво отъ  $B$  на расстояніи  $n$  верстъ отъ нея. Но такъ какъ  $n=m$ , то, следовательно, точка  $C$  находится влѣво отъ точки  $B$  на  $m$  верстъ. Но и точка  $A$  находится влѣво отъ точки  $B$  на  $m$  верстъ, следовательно, точка  $C$  совпадаетъ съ точкою  $A$ , т. е. что пѣшеходъ вернулся въ точку  $A$ . Проверимъ это. Расстояніе отъ  $A$  до  $B=m$ , а расстояніе отъ  $B$  до  $C$  равно  $n$ , следовательно, точка  $C$  будетъ находиться отъ точки  $A$  на расстояніи  $m-n$ , но  $m=n$ , следовательно,  $m-n=m-m=0$ , т. е. точка  $C$  совпадаетъ съ точкою  $A$ .

3)  $m < n$ . Если  $m < n$ , то пѣшеходъ, вышедшій изъ  $A$ , дойдя до  $B$  и повернувъ назадъ, остановится въ точкѣ  $C$ , которая находится влѣво отъ  $B$  на расстояніи  $n$  верстъ отъ нея. Но такъ какъ  $m < n$  или, что одно и то же,  $n > m$ , то, следовательно, точка  $C$  будетъ находиться влѣво не только отъ точки  $B$ , но и отъ точки  $A$ , притомъ отъ точки  $A$  на расстояніи  $n-m$  верстъ влѣво отъ нея. (См. въ „Курсѣ“ черт. 13).

2. Искомая прибыль равна  $a-b$  руб.

1) Если  $a=1000$  руб., а  $b=100$  руб., то очевидно купецъ получитъ прибыль послѣ двухъ продажъ (такъ какъ  $1000 > 100$ ), которая будетъ равна  $a-b=1000-100=900$  руб.

2) Если  $a=1000$  и  $b=1000$ , то прибыль, которую купецъ получитъ послѣ двухъ продажъ (такъ какъ  $1000=1000$ ), будетъ  $a-b=1000-1000=0$ , т. е. купецъ не получилъ ни прибыли, ни убытка.

3) Если  $a=1000$  и  $b=1100$ , то прибыль, которую купецъ получитъ послѣ двухъ продажъ (такъ какъ  $1000 < 1100$ ), будетъ  $a-b=1000-1100=-100$ , т. е., иначе говоря, для того, чтобы купецъ не получилъ ни прибыли ни убытка, необходимо, чтобы у него было еще сто рублей, другими словами, отъ потерѣвъ убытокъ въ 100 рублей.

## § 22.

$$1. (+10)-(-2)=(+10)+( +2)=+10+2=+12.$$

$$2. (-10)-(+2)=(-10)+(-2)=-10-2=-12.$$

$$3. (-10)-(-2)=(-10)+( +2)=-10+2=-8.$$

§ 35.

$$1. [(-2) + 9 + (-3)] \cdot (+7) = [(-2) + (-3) + 9] \cdot (+7) = [-2 - 3 + 9] \cdot (+7) = [-5 + 9] \cdot (+7) = (+4)(+7) = +28;$$

$$(-2)(+7) + (-3)(+7) + (+9)(+7) = (-14) + (-21) + (+63) = -14 + 63 - 21 = -35 + 63 = +28.$$

$$2. [8 + (-2) + (-3)](-10) = [8 - 2 - 3](-10) = (8 - 5)(-10) = (+3)(-10) = -30;$$

$$[8 + (-2) + (-3)](-10) = (+8)(-10) + (-2)(-10) + (-3)(-10) = -80 + 20 + 30 = -80 + 50 = -30.$$

§ 49.

$$1. a + 5mx - 2mx + 7mx - 8mx = a + 5mx + 7mx - 2mx - 8mx = a + (5+7)mx + (-2-8)mx = a + 12mx - 10mx = a + 2mx.$$

$$2. 4ax + b^2 - 7ax - 3ax + 2ax = (4 - 7 - 3 + 2)ax + b^2 = -4ax + b^2 = b^2 - 4ax.$$

$$3. 4a^2b^3 - 3ab + 0,5a^2b^3 + 3a^2c + 8ab = 4a^2b^3 + 0,5a^2b^3 - 3ab + 8ab + 3a^2c = (4 + 0,5)a^2b^3 + (-3 + 8)ab + 3a^2c = 4,5a^2b^3 + 5ab + 3a^2c.$$

§ 58.

$$1. aa^6 = a^{1+6} = a^7.$$

$$2. m^{10}m^3 = m^{10+3} = m^{13}.$$

$$3. x^{2n}x^{3n} = x^{2n+3n} = x^{5n}.$$

$$4. p^{r-3}p^{r+2} = p^{r-2+(r+2)} = p^{r-2+r+2} = p^{2r}.$$

§ 59.

$$1. (0,7a^3xy^2)(3a^4x^2) = 0,7 \cdot 3 \cdot a^3 \cdot a^4 \cdot x \cdot x^2 \cdot y^2 = 2,1a^{3+4}x^{1+2}y^2 = 2,1a^7x^3y^2.$$

$$2. (\frac{1}{2}m\chi^3)^2 = (\frac{1}{2}m\chi^3) \cdot (\frac{1}{2}m\chi^3) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot m \cdot \chi^3 \cdot \chi^3 = \frac{1}{4}m^{1+1}\chi^{3+3} = \frac{1}{4}m^2\chi^6.$$

3.  $(1, 2a, m_{n-1})(\frac{1}{3}am) = 1, 2, \frac{1}{3}a \cdot a \cdot m^{n-1} \cdot m = 0, 9a^{r+1}m^{n-1+1} = 0, 9a^{r+1}m^n$ .
4.  $(-3, 5x^2y)(\frac{1}{3}x^3) = (-3, 5) \cdot \frac{1}{3}x^3 \cdot x^2y = -\frac{21}{8}x^{2+3}y = -\frac{21}{8}x^5y$ .
5.  $(4a^n b^3)(-7ab^n) = 4 \cdot (-7) \cdot a^n \cdot a \cdot b^3 \cdot b^n = -28a^{n+1}b^{n+3}$ .

§ 60.

1.  $(a^2 - ab + b^2)3a = (a^2)(3a) - (ab)(3a) + (b^2)(3a) = 3a^2a - 3aba + 3ab^2 = 3a^2 + 1 - 3a^{1+1}b + 3ab^2 = 3a^3 - 3a^2b + 3ab^2$ .
2.  $(7x^3 + \frac{1}{3}ax - 0, 3)(2, 1a^2x) = (7x^3)(2, 1a^2x) + (\frac{1}{3}ax)(2, 1a^2x) - (0, 3) \cdot (2, 1a^2x) = 14, 7a^2x^3x + \frac{63}{40}a^2axx - 0, 63a^2x = 14, 7a^2x^{3+1} + 1, 575a^2 + 1x^{1+1} - 0, 63a^2x = 14, 7a^2x^4 + 1, 575a^3x^2 - 0, 63a^2x$ .
3.  $(5x^{n-1} - 3x^{n-2} + 1)(-2x) = (5x^{n-1})(-2x) - (3x^{n-2})(-2x) + (1) \cdot (-2x) = -10x^{n-1+1}x - (-6x^{n-2}x) + (-2x) = -10x^{n-1+1+1} + 6x^{n-2+1} - 2x = -10x^n + 6x^{n-1} - 2x$ .

§ 61.

1.  $(a-b)(m-n-p) = am - bm - an + bn - ap + bp$ .
2.  $(x^2 - y^2)(x+y) = x^3 - xy^2 + x^2y - y^3 = x^3 + x^2y - xy^2 - y^3$ .
3.  $(3an + 2n^2 - 4a^2)(n^2 - 5an) = 3an^3 + 2n^4 - 4a^2n^2 - 15a^2n^2 - 10an^3 + 20a^3n = 3an^3 - 10an^3 - 4a^2n^2 - 15a^2n^2 + 20a^3n + 2n^4 = -7an^3 - 19a^2n^2 + 20a^3n + 2n^4$ .
4.  $(2a^2 - 3)^2 = (2a^2 - 3)(2a^2 - 3) = (2a^2)(2a^2) - 3(2a^2) - 3(2a^2) + 9 = 4a^4 - 6a^2 - 6a^2 + 9 = 4a^4 - 12a^2 + 9$ .

§ 67.

1.  $(4a^3 - 1)^2 = (4a^3)^2 - 2(4a^3) \cdot 1 + (1)^2 = 16a^6 - 8a^3 + 1$ .
2.  $(x+y)(y-x) = (y+x)(y-x) = y^2 - x^2$ .
3.  $(\frac{1}{3}x^{2m-1}y^2 + \frac{2}{3}x^{m+1}y)^2 = (\frac{1}{3}x^{2m-1}y^2)^2 + 2(\frac{1}{3}x^{2m-1}y^2)(\frac{2}{3}x^{m+1}y) + (\frac{2}{3}x^{m+1}y)^2 = \frac{1}{9}x^{4m-2}y^4 + \frac{4}{9}x^{3m}y^3 + \frac{4}{9}x^{2m+2}y^2$ .

4.  $(x + y + 1)(x - y + 1) = [(x + 1) + y] [(x + 1) - y] = (x + 1)^2 - y^2 = x^2 + 2x + 1 - y^2.$

5.  $(a - b + c)(a + b - c) = [a - (b - c)][a + (b - c)] = a^2 - (b - c)^2 = a^2 - (b^2 - 2bc + c^2) = a^2 - b^2 + 2bc - c^2.$

6.  $(2a + 1)^3 = (2a)^3 + 3(2a)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 2a(1)^2 + 1^3 = 8a^3 + 12a^2 + 6a + 1.$

7.  $(1 - 3x^2)^3 = 1^3 - 3 \cdot 1^2(3x^2) + 3 \cdot 1 \cdot (3x^2)^2 - (3x^2)^3 = 1 - 9x^2 + 27x^4 - 27x^6.$

### § 69.

1.  $3m^3n^4x : 4m^2nx = \frac{3}{4}m^{3-2}n^4 \cdot x^{1-1} = \frac{3}{4}mn^3x^0 = \frac{3}{4}mn^3.$

2.  $-ax^n y^m : \frac{3}{4}ax^2 y^2 = -(1:\frac{3}{4})a^{1-1}x^{n-1}y^{m-2} = -\frac{4}{3}a^0x^{n-1}y^{m-2} = -\frac{4}{3}x^{n-1}y^{m-2}.$

3.  $-0,6a^3(x + y)^4 : -2,5a(x + y)^2 = \frac{-0,6}{-2,5}a^{3-1}(x + y)^{4-2} = 0,24a^2(x + y)^2.$

### § 71.

1.  $(20a^3x^2 - 8a^2x^3 - ax^4 + 3a^3x^3) : 4ax^2 = \frac{20}{4}a^{3-1}x^{2-2} - \frac{8}{4}a^{2-1}x^{3-2} - \frac{1}{4}a^{1-1}x^{4-2} + \frac{3}{4}a^{3-1}x^{3-2} = 5a^2x^0 - 2ax - \frac{1}{4}a^0x^2 + \frac{3}{4}a^2x = 5a^2 - 2ax - \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}a^2x.$

2.  $(14m^p - 2(m^{p-1})) : -7m^2 = -\frac{14}{7}m^{p-2} + \frac{2}{7}m^{p-1-2} = -2m^{p-2} + \frac{2}{7}m^{p-3}.$

3.  $(\frac{1}{2}x^3y^3 - 0,3x^2y^4 + 1) : 2x^2y^2 = (\frac{1}{2}:2)x^{3-2}y^{3-2} - \frac{0,3}{2}x^{2-2}y^{4-2} + \frac{1}{2x^2y^2} = \frac{1}{4}xy - 0,15x^0y^2 + \frac{1}{2x^2y^2} = \frac{1}{4}xy - 0,15y^2 + \frac{1}{2x^2y^2}.$

### § 80.

I. 1.  $16a^2b^3x - 4a^3b^2x^2 = 4a^2b^2x \cdot 4b - 4a^2b^2x \cdot ax = 4a^2b^2x(4b - ax).$

2.  $x^{n+1} - 2x^n + 3x^{n-1} = x^{n-1} \cdot x^2 - 2x^{n-1} \cdot x + 3x^{n-1} = x^{n-1}(x^2 - 2x + 3).$

3.  $4m(a-1) - 3n(a-1) = (a-1)(4m-3n).$

- И. 1.  $m^4 - n^4 = (m^2)^2 - (n^2)^2 = (m^2 + n^2)(m^2 - n^2) = (m^2 + n^2)(m + n)(m - n)$ .  
 2.  $25x^2 - 4 = (5x)^2 - (2)^2 = (5x + 2)(5x - 2)$ .  
 3.  $y^2 - 1 = y^2 - 1^2 = (y + 1)(y - 1)$ .  
 4.  $x^2 - (x - 1)^2 = [x + (x - 1)][x - (x - 1)] = (x + x - 1)(x - x + 1) = (2x - 1) \cdot 1 = 2x - 1$ .

5.  $\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2 = \left(\frac{x+y+x-y}{2}\right)\left(\frac{x+y-x+y}{2}\right) = \frac{2x}{2} \cdot \frac{2y}{2} = xy$ .

- III. 1.  $a^2 + 2a + 1 = a^2 + 2a \cdot 1 + 1^2 = (a + 1)^2$ .  
 2.  $x^4 + 4 - 4x^2 = x^4 - 4x^2 + 4 = (x^2)^2 - 2x^2 \cdot 2 + (2)^2 = (x^2 - 2)^2$ .  
 3.  $-x + 25x^2 + 0,01 = (5x)^2 - 2 \cdot 5x \cdot \frac{1}{10} + \left(\frac{1}{10}\right)^2 = (5x - 0,1)^2$ .  
 4.  $(a+x)^2 + 2(a+x) + 1 = [(a+x) + 1]^2 = (a+x+1)^2$ .  
 5.  $4x^{2n} - x^{2n} - 4 = -(x^{2n} - 4x^{2n} + 4) = -(x^{2n} - 2 \cdot 2x^{2n} + 2^2) = -(x^{2n} - 2)^2$ .

IV, V, VI, VII и VIII примеры решены подробно в „Курсе“.

### § 83.

1.  $\frac{\frac{3}{4}a}{b} = \frac{3a}{4b}$ .  
 2.  $\frac{7a}{2\frac{3}{5}b} = \frac{7a}{\frac{13}{5}b} = \frac{35a}{13b}$ .  
 3.  $\frac{\frac{3}{4}a}{\frac{7}{8}b} = \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{7}\right) \frac{a}{b} = \frac{16a}{21b}$ .  
 4.  $\frac{2a + \frac{5}{6}}{1-a} = \frac{\frac{12a+5}{6}}{1-a} = \frac{12a+5}{6(1-a)}$ .  
 5.  $\frac{\frac{ax-1}{1-x}}{1-x} = \frac{ax-1}{x-x^2} = \frac{x(ax-1)}{x-x^2} = \frac{ax^2-x}{x-x^2}$ .



§ 85.

1 Случай.

$$1. \frac{12a^2x^3}{15ax^2y} = \frac{3ax^2 \cdot 4ax}{5ax^2 \cdot 5y} = \frac{4ax}{5y}.$$

$$2. \frac{54a^n b^{n-3}}{72ab^{n-1}} = \frac{18ab^{n-3} \cdot 3a^{n-1}}{18ab^{n-3} \cdot 4b^2} = \frac{3a^{n-1}}{4b^2}.$$

2 Случай.

$$1. \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^4 - 2x^2 + 1} = \frac{x^2(x-1) - (x-1)}{(x^2-1)^2} = \frac{(x^2-1)(x-1)}{(x^2-1)(x^2-1)} = \frac{x-1}{x^2-1} =$$

$$= \frac{x-1}{(x+1)(x-1)} = \frac{1}{x+1}.$$

$$2. \frac{n-m}{m^2-n^2} = \frac{-(m-n)}{(m+n)(m-n)} = -\frac{1}{m+n}.$$

§ 86.

1 Случай.

$$1. \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} \cdots \frac{adf}{bdf} \cdot \frac{bcf}{bdf} \cdot \frac{bde}{bdf}.$$

$$2. \frac{x}{m^2} \cdot \frac{y}{n^2} \cdot \frac{\tilde{z}}{pq} \cdots \frac{xn^2pq}{m^2n^2pq} \cdot \frac{ym^2pq}{m^2n^2pq} \cdot \frac{\tilde{z}m^2n^2}{m^2n^2pq}.$$

$$3. \frac{a}{a+b} \cdot \frac{b}{a-b} \cdots \frac{a(a-b)}{a^2-b^2} \cdot \frac{b(a+b)}{a^2-b^2}.$$

2 Случай.

1. Общій знаменатель будетъ  $a^2-b^2$ , такъ какъ  $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ , почему наши дроби будутъ, послѣ приведенія ихъ къ общему знаменателю,

$$\frac{x(a+b)}{a^2-b^2}, \frac{y(a-b)}{a^2-b^2}, \frac{\tilde{z}}{a^2-b^2}.$$

3. Случай.

1. Общій знаменатель будетъ  $3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3x^3y^3z^2 = 180x^3y^3z^2$ , а самыя дроби, послѣ приведенія къ общему знаменателю,  $\frac{az \cdot 12x^2z^2}{180x^3y^3z^2}, \frac{y^2 \cdot 15y^3}{180x^3y^3z^2},$   
 $\frac{az \cdot 10x^2y^2z^2}{180x^3y^3z^2}$  или  $\frac{12axz^3}{180x^3y^3z^2}, \frac{15y^5}{180x^3y^3z^2}, \frac{10ax^2yz^3}{180x^3y^3z^2}.$

2.  $\frac{1}{x^2+2x+1}, \frac{4}{x+2x^2+x^3}, \frac{5}{2x+2x^2}$  или же  $\frac{1}{(x+1)^2}, \frac{4}{x(x+1)^2},$   
 $\frac{5}{2x(x+1)}.$  Общій знаменатель будетъ  $2x(x+1)^2$ , почему эти дроби, послѣ приведенія къ общему знаменателю, будутъ:  $\frac{2x}{2x(x+1)^2}, \frac{8}{2x(x+1)^2}, \frac{5(x+1)}{2x(x+1)^2}.$

3. Рѣшенъ подробно въ „Курсѣ“.

§ 87.

1.  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f}.$  Общій знаменатель будетъ  $ddf$ , почему сумма дроби нашихъ будетъ, по приведеніи ихъ къ общему знаменателю,  $\frac{adf}{ddf} + \frac{bcf}{ddf} + \frac{bde}{ddf}$   
 или  $\frac{adf+bcf+bde}{ddf}.$

2. Общій знаменатель будетъ  $10a^2bc \cdot 2b = 20a^2b^2c$ , почему сумма дроби нашихъ, по приведеніи ихъ къ общему знаменателю, будетъ  $\frac{3m^2 \cdot 2b}{20a^2b^2c} +$   
 $+\frac{5n^2 \cdot 5ca}{20a^2b^2c} = \frac{6bm^2}{20a^2b^2c} + \frac{25acn^2}{20a^2b^2c} = \frac{6bm^2+25acn^2}{20a^2b^2c}.$

3. Данную сумму дроби можно написать такъ:  $\frac{x+1}{2(x-1)} + \frac{2x-3}{x+1} +$   
 $+\frac{x^2+3}{2(x^2-1)} = \frac{x+1}{2(x-1)} + \frac{2x-3}{x+1} + \frac{x^2+3}{2(x-1)(x+1)}.$  Общій знаменатель будетъ  $2(x-1)(x+1)$ , почему, по приведенію данныхъ дроби къ общему знаменателю, сумма ихъ будетъ  $\frac{(x+1)(x+1)}{2(x-1)(x+1)} + \frac{(2x-3) \cdot 2(x-1)}{2(x-1)(x+1)} +$

$$\frac{x^2+3}{2(x+1)(x-1)} = \frac{x^2+2x+1+(4x^2-6x-4x+6)-x^2-3}{2(x^2-1)} = \frac{4x^2-8x+4}{2(x^2-1)} = \frac{4(x^2-2x+1)}{2(x+1)(x-1)} = \frac{4(x-1)^2}{2(x+1)(x-1)} = \frac{2(x-1)}{x+1}.$$

§ 98.

1.  $(3a^{-2n}b^2c^{1-r})(0,8a^{n+1}b^{-3}c^{r+2}) = 3 \cdot 0,8a^{-2n+(n+1)}b^{2+(-3)}c^{1-r+(r+2)} = 2,4a^{-2n+n+1}b^2 \cdot 3c^1 \cdot c^1 = 2,4a^{1-n}b^{-1}c^3.$

2.  $(x^{2n-r}y^{-m}\tilde{\chi}^2) : (5x^{-r}y^3\tilde{\chi}^{-n}) = \frac{1}{5}x^{2n-r-(-r)}y^{-m-(+3)}\tilde{\chi}^{2-(-n)} = \frac{1}{5}x^{2n-r+r}y^{-m-3}\tilde{\chi}^{2+n} = \frac{1}{5}x^{2n}y^{-m-3}\tilde{\chi}^{2+n}.$

§ 102.

1.  $\frac{3-x}{x} = \frac{40}{7}$  или  $\frac{3-x+x}{x} = \frac{40+7}{7}$  или  $\frac{3}{x} = \frac{47}{7}$  или  $47x = 3 \cdot 7,$

откуда  $x = \frac{21}{47}.$

2.  $\frac{a+x}{a-x} = \frac{m}{n}$  или  $\frac{a+x+(a-x)}{a+x-(a-x)} = \frac{m+n}{m-n}$  или  $\frac{a+x+a-x}{a+x-a+x} = \frac{m+n}{m-n}$  или  $\frac{2a}{2x} = \frac{m+n}{m-n}$  или  $\frac{a}{x} = \frac{m+n}{m-n},$  откуда  $x = \frac{a(m-n)}{m+n}.$

§ 132.

1.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = \frac{7}{6} \dots \dots [1]$

$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = -\frac{5}{6} \dots \dots [2]$

$\frac{1}{y} - \frac{1}{x} - \frac{1}{z} = \frac{1}{6} \dots \dots [3]$

Въ учебникѣ указанъ способъ далеко не самый простой. Для того чтобы рѣшить эту задачу, не вводя вспомогательныхъ неизвѣстныхъ, вычтемъ [3]

уравненіе изъ [1], затѣмъ [2] изъ [1] и, наконецъ, сложимъ [2] съ [3]; тогда соотвѣтственно получимъ:  $\frac{2}{x} = 1$ ,  $\frac{2}{y} = 2$ ,  $-\frac{2}{z} = -\frac{4}{6}$ , откуда  $x = 2$ ,  $y = 1$ ,  $z = 3$ .

$$2. \quad \frac{3}{x} + \frac{2}{y} - \frac{4}{z} = -13 \dots \dots [1]$$

$$\frac{6}{x} - \frac{3}{y} - \frac{1}{z} = 5\frac{1}{2} \dots \dots [2]$$

$$-\frac{5}{x} + \frac{7}{y} + \frac{2}{z} = 3\frac{1}{2} \dots \dots [3]$$

Умножимъ [3] уравненіе на 2 и сложимъ съ [1], получимъ

$$\begin{array}{r} \frac{3}{x} + \frac{2}{y} - \frac{4}{z} = -13 \\ -\frac{10}{x} + \frac{14}{y} + \frac{4}{z} = 7 \\ \hline -\frac{7}{x} + \frac{16}{y} = -6 \dots \dots [4] \end{array}$$

Умноживъ [2] уравненіе на 2, сложимъ его съ [3]:

$$\begin{array}{r} \frac{12}{x} - \frac{6}{y} - \frac{2}{z} = 11 \\ -\frac{5}{x} + \frac{7}{y} + \frac{2}{z} = 3\frac{1}{2} \\ \hline \frac{7}{x} + \frac{1}{y} = 14\frac{1}{2} \dots \dots [5] \end{array}$$

Сложимъ [4] съ [5]; получимъ

$$\begin{array}{r} -\frac{7}{x} + \frac{16}{y} = -6 \\ \frac{7}{x} + \frac{1}{y} = 14\frac{1}{2} \\ \hline \frac{17}{y} = 8\frac{1}{2}, \text{ откуда } y = 2. \end{array}$$

Затѣмъ легко найти, что  $x = \frac{1}{2}$ ,  $z = \frac{1}{5}$ .

$$3. \quad \frac{1}{2x + 3y - 5} + \frac{7}{5x - 8y + 12} = 1 \dots [1]$$

$$\frac{4}{2x + 3y - 5} - \frac{14}{5x - 8y + 12} = 1 \dots [2]$$

Умноживъ [1] уравненіе на 2, сложимъ его съ первымъ; получимъ:

$$\frac{6}{2x + 3y - 5} = 3 \text{ или } 2x + 3y - 5 = 2 \text{ или } 2x + 3y = 7 \dots (3).$$

Умноживъ [1] уравненіе на 4 и вычтя изъ него [2], получимъ:

$$\frac{42}{5x - 8y + 12} = 3 \text{ или } 5x - 8y + 12 = 14 \text{ или } 5x - 8y = 2 \dots [4].$$

Рѣшая уравненія [3] и [4], найдемъ  $x = 2$ ,  $y = 1$ .

### § 157.

$$1. \quad (-2x^2y^3z^4)^3 = (-2)^3 x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot y^3 \cdot y^3 \cdot y^3 \cdot z^4 \cdot z^4 \cdot z^4 = -8x^{2+2+2}y^{3+3+3}z^{4+4+4} = -8x^6y^9z^{12}.$$

$$2. \quad (-3ab^2c^3)^4 = (-3)^4 a^{1+1+1+1} b^{2+2+2+2} c^{3+3+3+3} = 81a^4b^8c^{12}.$$

$$3. \quad \left(\frac{-3a^n b^2}{4cd^{r-1}}\right)^3 = \frac{(-3)^3 a^{n+1} b^{2+2+2}}{(4)^3 c^{1+1+1} d^{(r-1)+(r-1)+(r-1)}} = \frac{-27a^{3n}b^6}{64c^3d^{3r-3}}.$$

### § 179.

*Правило 1.*

$$1. \quad \sqrt{5} \text{ будетъ больше 2 и меньше 3, ибо } 2^2=4 \text{ и } 3^2=9.$$

$$2. \quad \sqrt{5,375} \text{ будетъ больше 2 и меньше 3, ибо } 2^2=4 \text{ и } 3^2=9.$$

$$3. \quad \sqrt{\frac{487}{13}} = \sqrt{37\frac{6}{13}}. \text{ Квадратный корень изъ } 37\frac{6}{13} \text{ будетъ больше 6 и меньше 7, ибо } 6^2=36, \text{ а } 7^2=49.$$

$$4. \quad \sqrt{\frac{1}{6}} \text{ больше 0 и меньше 1, ибо } 0^2=0 \text{ и } 1^2=1.$$

**Правило 2.**

1.  $\sqrt[3]{72}$  съ точностью до  $\frac{1}{7}$ .

72.  $7^2=72.49=3528$ ;  $\sqrt[3]{3528}=95$ , почему  $\sqrt[3]{72}=\frac{59}{7}=8\frac{5}{7}$  съ точностью до  $\frac{1}{7}$ .

2.  $\sqrt[3]{2}$  съ точностью до тысячныхъ долей.

2.1000<sup>2</sup>=2000000;  $=\sqrt[3]{2000000}=1414$ , почему  $\sqrt[3]{2}=\frac{1414}{1000}=1,414$  съ точностью до  $\frac{1}{1000}$ .

3.  $\sqrt[3]{\frac{3}{7}}$  съ точностью до тысячныхъ долей.

$\frac{3}{7} \cdot 1000^2 = \frac{3000000}{7} = 428571\frac{3}{7}$ ;  $\sqrt[3]{428571} = 654$ , почему  $\sqrt[3]{\frac{3}{7}} = 0,654$  съ точностью до 0,001.

4.  $\sqrt[3]{0,3}$  съ точностью до 0,01.

$0,3 = \frac{3}{10} \cdot 100^2 = \frac{30000}{10} = 3000$ ;  $\sqrt[3]{3000} = 54$ , почему  $\sqrt[3]{0,3} = \frac{54}{100} = 0,54$  съ точностью до 0,01.

5.  $\sqrt[3]{0,38472}$  до  $\frac{1}{10}$ .

$0,38472 \cdot 10^2 = 38,472$ ;  $\sqrt[3]{38} = 6$ , почему  $\sqrt[3]{0,38472} = \frac{6}{10} = 0,6$  съ точностью до 0,1.

7. Рѣшевѣ подробно въ «Курсѣ».

**§ 208.**

*Сложение и вычитаніе.*

$$1. a\sqrt[3]{a^3bc} + b\sqrt[3]{ab^2c} + c\sqrt[3]{abc^2} = a\sqrt[3]{a^3 \cdot abc} + b\sqrt[3]{abc \cdot b^2} + c\sqrt[3]{abc \cdot c^2} = \\ = aa\sqrt[3]{abc} + b.b^2\sqrt[3]{abc} + cc^2\sqrt[3]{abc} = a^2\sqrt[3]{abc} + b^3\sqrt[3]{abc} + c^3\sqrt[3]{abc} = (a^2 + b^3 + c^3)\sqrt[3]{abc}.$$

$$2. 15\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{32} - 16\sqrt[3]{\frac{1}{16}} - \sqrt[3]{108} = 15\sqrt[3]{4} - 3\sqrt[3]{4.8} - \\ - 16\sqrt[3]{\frac{1}{4.4}} - \sqrt[3]{4.27} = 15\sqrt[3]{4} - 3\sqrt[3]{4.2^3} - 16\sqrt[3]{4.(1)^3} - \sqrt[3]{4.(3)^3} = \\ = 15\sqrt[3]{4} - 6\sqrt[3]{4} - 4\sqrt[3]{4} - 3\sqrt[3]{4} = (15-6-4-3)\sqrt[3]{4} = 2\sqrt[3]{4}.$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad & \frac{2}{3}x\sqrt{9x} + 6x\sqrt{\frac{x}{4}} - x^2\sqrt{\frac{1}{x}} = \frac{2}{3}x\sqrt{x \cdot 3^2} + 6x\sqrt{x \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2} - \\
 & - x^2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x^2}} = \frac{2}{3} \cdot 3x\sqrt{x} + 6 \cdot \frac{1}{2}x\sqrt{x} - x^2 \cdot \frac{1}{x}\sqrt{x} = 2x\sqrt{x} + \\
 & + 3x\sqrt{x} - x\sqrt{x} = (2x + 3x - x)\sqrt{x} = 4x\sqrt{x}.
 \end{aligned}$$

*Умножение.*

$$\begin{aligned}
 1. \quad & ab\sqrt{2a} \cdot \frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{2}} \cdot 2b\sqrt{ab} = ab \cdot \frac{a}{b} \cdot 2b \sqrt{2a \cdot \frac{b}{2}} \cdot ab = \\
 & = \frac{2a^2b^2}{b} \sqrt{\frac{2a^2b^2}{2}} = 2a^2b\sqrt{a^2b^2} = 2a^2b \cdot ab = 3a^3b.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{\frac{1}{2}}. \text{ Предварительно приведем данные радикалы къ} \\
 & \text{одному показателю, который будетъ 12. Получимъ } \sqrt[12]{(3)^3} \cdot \sqrt[12]{\left(\frac{1}{3}\right)^4} \cdot \sqrt[12]{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \\
 & = \sqrt[12]{3^3 \cdot \frac{1}{3^4} \cdot \frac{1}{2^2}} = \sqrt[12]{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2^2}} = \sqrt[12]{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}} = \sqrt[12]{\frac{1}{12}}.
 \end{aligned}$$

*Дѣленіе.*

$$\begin{aligned}
 1. \quad & -6\sqrt{\frac{2a-2b}{x^2}} : \sqrt{\frac{a-b}{2bx^2}} = (-6 : \frac{1}{2}) \sqrt{\frac{2a-2b}{x^2} : \frac{a-b}{2bx^2}} = \\
 & = -\frac{30}{4} \sqrt{\frac{2(a-b)}{x^2} : \frac{a-b}{2bx^2}} = -7,5 \sqrt{\frac{4bx^2(a-b)}{x^2(a-b)}} = -7,5 \sqrt{4b} = \\
 & = -7,5 \cdot 2\sqrt{b} = -15\sqrt{b}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \sqrt[5]{\frac{2a+b}{a+b}} : \sqrt[5]{1 - \frac{b}{a+b}} = \sqrt[5]{\frac{2a+b-(a+b)}{a+b}} : \sqrt[5]{\frac{a+b-b}{a+b}} = \\
 & = \sqrt[5]{\frac{2a+b-a-b}{a+b}} : \sqrt[5]{\frac{a}{a+b}} = \sqrt[5]{\frac{a}{a+b}} : \sqrt[5]{\frac{a}{a+b}} = \sqrt[5]{\frac{a}{a+b} : \frac{a}{a+b}} = \\
 & = \sqrt[5]{1} = 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad & \frac{3a^2 \sqrt[4]{a^2}}{25b \sqrt{a-x}} : \frac{2a \sqrt{2a^3}}{5b \sqrt{a-x}} = \frac{3a^2 \sqrt[4]{a^2}}{25b \sqrt{a-x}} : \frac{2a \sqrt[4]{\left(\frac{2a^3}{a-x}\right)^2}}{5b} = \\
 & = \frac{3a^2 \sqrt[4]{a^2}}{25b \sqrt{a-x}} : \frac{2a \sqrt[4]{4a^6}}{5b \sqrt{(a-x)^2}} = \left(\frac{3a^2}{25b} : \frac{2a}{5b}\right) \sqrt[4]{\frac{a^2}{a-x} : \frac{4a^6}{(a-x)^2}} = \\
 & = \frac{3a^2 \cdot 5b}{25b \cdot 2a} \sqrt[4]{\frac{a^2(a-x)^2}{4a^6(a-x)}} = \frac{15a^2b}{50ab} \sqrt[4]{\frac{a^2(a-x)^2}{4a^6(a-x)}} = \frac{3a}{10} \sqrt[4]{\frac{a-x}{4a^4}} = \\
 & = \frac{3a}{10a} \sqrt[4]{\frac{a-x}{4}} = 0,3 \sqrt[4]{\frac{a-x}{4}}.
 \end{aligned}$$

*Возвышеніе въ степень.*

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \left(\sqrt[4]{2ab^3x^2}\right)^3 = \sqrt[4]{(2ab^3x^2)^3} = \sqrt[4]{8a^3b^9x^6} = \sqrt[4]{8a^3b \cdot b^8 \cdot x^2 \cdot x^4} = \\
 & = b^2x \sqrt[4]{8a^3bx^2}.
 \end{aligned}$$

$$2. \quad \left(\sqrt[6]{\frac{2x}{1+x}}\right)^3 = \sqrt[6]{\left(\frac{2x}{1+x}\right)^3} = \sqrt[6]{\frac{2x}{1+x}}.$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad & \left(a \sqrt[3]{a^3b}\right)^3 = a^3 \left(\sqrt[3]{a^3b}\right)^3 = a^3 \sqrt[3]{\left(a^3b\right)^3} = a^3 \sqrt[3]{a^9b^3} = \\
 & = a^3 \sqrt[3]{a^3b} = a^3 \sqrt[3]{a^2 \cdot ab} = a^3 \cdot a \sqrt[3]{ab} = a^4 \sqrt[3]{ab}.
 \end{aligned}$$

### § 210.

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \frac{\sqrt{2} - \frac{1}{3}\sqrt{6}}{2\sqrt{2} + \sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{2} - \frac{1}{3}\sqrt{6})(2\sqrt{2} - \sqrt{6})}{(2\sqrt{2} + \sqrt{6})(2\sqrt{2} - \sqrt{6})} = \\
 & = \frac{\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} - \frac{1}{3}\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{2} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{6} + \frac{1}{3}\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}}{(2\sqrt{2})^2 - (\sqrt{6})^2} = \\
 & = \frac{2 \cdot 2 - \frac{2}{3}\sqrt{12} - \sqrt{12} + 2}{8-6} = \frac{4 - \frac{2}{3}\sqrt{3 \cdot 4} - \sqrt{3 \cdot 4} + 2}{2} = \frac{6 - \frac{4}{3}\sqrt{3 \cdot 4}}{2} = \\
 & = 6 - \frac{10}{3}\sqrt{3} = 3 - \frac{5}{3}\sqrt{3}.
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 2. \quad & \frac{4\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}+\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{2}}{(2+\sqrt{2})+\sqrt{6}} = \\
 & \frac{4\sqrt{2}[(2+\sqrt{2})-\sqrt{6}]}{[(2+\sqrt{2})+\sqrt{6}][(2+\sqrt{2})-\sqrt{6}]} = \frac{4\sqrt{2} \cdot (2+\sqrt{2}) - 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}}{(2+\sqrt{2})^2 - (\sqrt{6})^2} = \\
 & \frac{4\sqrt{2} \cdot 2 + 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} - 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}}{4+2 \cdot 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - 6} = \frac{8\sqrt{2} + 8 - 4\sqrt{12}}{4+4\sqrt{2}+2-6} = \\
 & = \frac{8\sqrt{2} + 8 - 4\sqrt{3} \cdot 2}{4\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{2} + 8 - 8\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \\
 & = \frac{(2\sqrt{2} + 2 - 2\sqrt{3}) \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{4 + 2\sqrt{2} - 2\sqrt{6}}{2} = 2 + \sqrt{2} - \sqrt{6}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad & \frac{1-a}{\sqrt{1-\sqrt{a}}} = \frac{(1-a)\sqrt{1+\sqrt{a}}}{\sqrt{1-\sqrt{a}} \cdot \sqrt{1+\sqrt{a}}} = \frac{(1-a)\sqrt{1+\sqrt{a}}}{\sqrt{1-a}} = \\
 & = \frac{(1-a)\sqrt{1+\sqrt{a}} \cdot \sqrt{1-a}}{\sqrt{1-a} \cdot \sqrt{1-a}} = \frac{(1-a)\sqrt{1+\sqrt{a}} \cdot \sqrt{1-a}}{(1-a)} = \\
 & = \sqrt{1+\sqrt{a}} \cdot \sqrt{1-a} = \sqrt{(1-a)(1+\sqrt{a})}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad & \frac{5}{\sqrt{3}-2\sqrt{3}} = \frac{5(\sqrt{3}+2\sqrt{3})}{(\sqrt{3}-2\sqrt{3})(\sqrt{3}+2\sqrt{3})} = \frac{5(\sqrt{3}+2\sqrt{3})}{\sqrt{9}-4 \cdot 3} = \\
 & = \frac{5(\sqrt{3}+2\sqrt{3})}{\sqrt{3}-12} = \frac{5(\sqrt{3}+2\sqrt{3})(\sqrt{3}+12)}{(\sqrt{3}-12)(\sqrt{3}+12)} = \\
 & = \frac{5(\sqrt{3}+2\sqrt{3})(\sqrt{3}+12)}{3-144} = \frac{5(\sqrt{3}+2\sqrt{3})(\sqrt{3}+12)}{141}.
 \end{aligned}$$

§ 231.

$$\begin{aligned}
 1. \sqrt{5+12i} - 1 &= \sqrt{5+12i} = \pm \left[ \sqrt{\frac{5^2+12^2+5}{2}} + \right. \\
 &+ i \sqrt{\frac{5^2+12^2-5}{2}} \left. \right] = \pm \left[ \sqrt{\frac{25+144+5}{2}} + i \sqrt{\frac{25+144-5}{2}} \right] = \\
 &= \pm \left[ \sqrt{\frac{169+5}{2}} + i \sqrt{\frac{169-5}{2}} \right] = \pm \left[ \sqrt{\frac{13+5}{2}} + \right. \\
 &+ i \sqrt{\frac{13-5}{2}} \left. \right] = \pm (\sqrt{9} + i\sqrt{4}) = \pm (3+2i).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \sqrt{V-1} = \sqrt{i} = \sqrt{0+1 \cdot i} = \pm \left[ \sqrt{\frac{V^2+0^2+(1 \cdot i)^2+0}{2}} + \right. \\
 + i \sqrt{\frac{V^2+0^2+(1 \cdot i)^2-0}{2}} \left. \right] = \pm \left( \sqrt{\frac{1}{2}} + i \sqrt{\frac{1}{2}} \right) = \pm \left( \sqrt{\frac{1}{4}} + i \sqrt{\frac{1}{4}} \right) = \\
 = \pm \left( \frac{\sqrt{2} + i\sqrt{2}}{2} \right).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \sqrt{-V-1} = \sqrt{-i} = \sqrt{0-1 \cdot i} = \pm \left( \sqrt{\frac{V^2+0^2+1^2+0}{2}} - \right. \\
 - i \sqrt{\frac{V^2+0^2+1^2-0}{2}} \left. \right) = \pm \left( \sqrt{\frac{1}{2}} - i \sqrt{\frac{1}{2}} \right) = \pm \left( \frac{\sqrt{2}}{2} - i \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \\
 = \pm \left( \frac{\sqrt{2} - i\sqrt{2}}{2} \right).
 \end{aligned}$$

§ 238.

$$1. \sqrt{10+15i} = \sqrt{10+15i} = 51 \pm \sqrt{\frac{10^2+15^2-51}{2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{10 + \sqrt{49}}{2}} + \sqrt{\frac{10 - \sqrt{49}}{2}} = \sqrt{\frac{10 + 7}{2}} + \sqrt{\frac{10 - 7}{2}} = \sqrt{\frac{17}{2}} +$$

$$+ \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{34} + 1}{2}.$$

$$2. \sqrt{\frac{8 + \sqrt{15}}{2}} + \sqrt{\frac{8 - \sqrt{15}}{2}} = \sqrt{\frac{8 + \sqrt{15} \cdot 4}{2}} = \sqrt{\frac{8 + \sqrt{60}}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{8 + \sqrt{64 - 60}}{2}} + \sqrt{\frac{8 - \sqrt{64 - 60}}{2}} = \sqrt{\frac{8 + \sqrt{4}}{2}}$$

$$= \sqrt{\frac{8 + 2}{2}} = \sqrt{\frac{8 - 2}{2}} = \sqrt{5} + \sqrt{3}.$$

$$3. \sqrt{\frac{9 + \sqrt{32}}{11}} + \sqrt{\frac{9 - \sqrt{32}}{11}} = \frac{\sqrt{9 + \sqrt{32}} + \sqrt{9 - \sqrt{32}}}{\sqrt{11}}$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{9 + \sqrt{81 - 32}}{2}} + \sqrt{\frac{9 - \sqrt{81 - 32}}{2}}}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{\frac{9 + \sqrt{49}}{2}} + \sqrt{\frac{9 - \sqrt{49}}{2}}}{\sqrt{11}}$$

$$= \frac{\sqrt{\frac{9 + 7}{2}} + \sqrt{\frac{9 - 7}{2}}}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{8 + 1}}{\sqrt{11}} = \frac{(\sqrt{8 + 1}) \cdot \sqrt{11}}{\sqrt{11} \cdot \sqrt{11}} = \frac{\sqrt{88} + \sqrt{11}}{11}.$$

$$4. a_{2i} = \sqrt{2r^2 - 2i} \sqrt{\frac{a_n^2}{4}} = \sqrt{2r^2 - 2i} \sqrt{\frac{4r^2 a_n^2}{4}}$$

$$= \sqrt{2r^2 - 2i} \sqrt{4r^2 a_n^2} = \sqrt{2r^2 - 2i} \sqrt{4r^4 - a_n^2 r^2}.$$

Тогда какъ въ данномъ случаѣ  $A = 2r^2$ ,  $B = 4r^4 - a_n^2 r^2$ , почему  $\sqrt{A^2 - B}$  будетъ  $\sqrt{(2r^2)^2 - [4r^4 - a_n^2 r^2]}$  или  $\sqrt{4r^4 - 4r^4 + a_n^2 r^2}$  или  $\sqrt{a_n^2 r^2}$  или  $a_n r$ , то  $a_{2n}$  будетъ равно

$$\sqrt{\frac{2r^2 + a_n r}{2}} + \sqrt{\frac{2r^2 - a_n r}{2}} = \sqrt{r^2 + \frac{a_n r}{2}} + \sqrt{r^2 - \frac{a_n r}{2}}$$

$$= \sqrt{r \left( r + \frac{a_n}{2} \right)} + \sqrt{r \left( r - \frac{a_n}{2} \right)}.$$

§ 285.

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \frac{2a^2b^{-3} \cdot 5a^{\frac{7}{12}}b^{\frac{1}{6}}}{3a^{-\frac{3}{4}}b^{1,5}} \cdot \frac{5a^{\frac{7}{12}}b^{\frac{1}{6}}}{\sqrt{a^3b^5}} = \frac{2a^2b^{-3} \cdot 5a^{\frac{7}{12}}b^{\frac{1}{6}}}{3a^{-\frac{3}{4}}b^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{5}{2}}} = \frac{10a^{2+\frac{7}{12}-3+\frac{1}{6}}}{3a^{-\frac{3}{4}-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}+\frac{5}{2}}} = \\
 & = \frac{10a^{\frac{34}{12}b^{-\frac{17}{6}}}}{3a^{-\frac{4}{2}b^{\frac{23}{2}}}} = \frac{10}{3} a^{\frac{37}{12}}b^{-\frac{57}{12}} = \frac{10}{3} \sqrt[12]{a^{37}} = \frac{10a^3}{3b^4} \sqrt[12]{a}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad & (a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} - c^{\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}} + c^{\frac{1}{2}}) = [a^{\frac{1}{2}} + (b^{\frac{1}{2}} - c^{\frac{1}{2}})] [a^{\frac{1}{2}} - (b^{\frac{1}{2}} - c^{\frac{1}{2}})] = \\
 & = (a^{\frac{1}{2}})^2 - (b^{\frac{1}{2}} - c^{\frac{1}{2}})^2 = a - (b - 2b^{\frac{1}{2}}c^{\frac{1}{2}} + c) = a - b - c + 2b^{\frac{1}{2}}c^{\frac{1}{2}} = \\
 & = a - b - c + 2\sqrt{bc}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad & \sqrt[4]{12a^{-4}b^3} : \left[ \left( \frac{a^5}{3b^{-4}} \right)^{-2} \right]^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{4 \cdot 3 \cdot b^3} : \left[ \left( \frac{a^5}{3b^{-4}} \right)^{-2} \right]^{\frac{1}{4}} = \\
 & = \sqrt[4]{4 \cdot 3 \cdot b^3} : \left( \frac{a^5}{3b^{-4}} \right)^{-\frac{1}{2}} = \sqrt[4]{4 \cdot 3 \cdot b^3} : \frac{a^{-\frac{5}{2}}}{3^{-\frac{1}{2}}b^2} = \sqrt[4]{4 \cdot 3 \cdot b^3} : \frac{3^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{5}{2}}b^2} = \\
 & = \frac{2b\sqrt{3b}}{a^2} : \frac{\sqrt{3}}{a^{\frac{5}{2}}b^2} = \frac{2b\sqrt{3b}}{a^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{a^{\frac{5}{2}}b^2} = \frac{2b\sqrt{3b} \cdot a^{\frac{5}{2}}b^2 \sqrt{a}}{\sqrt{3} \cdot a^2} = \\
 & = \frac{2a^2b^3 \sqrt{3} \sqrt{ab}}{\sqrt{3} \cdot a^2} = 2b^3 \sqrt{ab}.
 \end{aligned}$$

**Словарь иностранных словъ**, вошедшихъ въ составъ русскаго языка. Полнѣе всѣхъ существующихъ изд. Составленъ А. Н. Чудиновымъ. Спб. Книга большого формата и удобнаго, въ 2 столбца, шрифта. Изд. третье значительно дополн. Спб. 1911 г. Ц. 2 р. 75 к. Словарь займется словъ въ русской литературной рѣчи, въсколько сотъ тысячъ, относящихся къ различнымъ категориямъ. Первые заимствованія относятся къ донаторическому періоду, — это слова соседнихъ съ русскими племенъ: татарскихъ, чудскихъ, сивоскихъ, скандинавскихъ, готскихъ и др. Послѣ этого широкимъ потокомъ вливаются элементы языковъ, греческаго и церковно-славянскаго; далѣе польскаго и латинскаго, потомъ голландскаго и, наконецъ, нѣмецкаго, французскаго и англійскаго. Періодъ этотъ продолжается и въ настоящее время. Въ словарь г. Чудинова вошли преимущественно слова позднѣйшаго заимствования, не утратившія еще иноземнаго склада и потому легко отличаемаго отъ исконныхъ русскыхъ словъ. Работа г. Чудинова заслуживаетъ похвалу вниманія, какъ позднѣйшій изъ легкихъ трудовъ въ этой области, исправленныхъ, притомъ, на основаніи новѣйшихъ изысканій. („Новое Время“). Книга эта представляетъ изъ себя цѣнный вкладъ въ лексическую литературу и должна, по нашему мнѣнію, быть настольною книгою каждаго грамотнаго человѣка. Сравнительно съ объемомъ этого прекраснаго изданнаго тома, цѣна его можетъ назваться дешевою (Газета „Свѣтъ“).

**Энциклопедическій словарь**. Общеизвестная настольная справочная книга для всѣхъ и каждаго. Составленъ подъ редакцію А. Н. Чудинова. Большой томъ. Цѣна 2 р. 50 к. Съ человѣческимъ развитіемъ, когда образованіе и просвѣщеніе дѣлается общимъ достояніемъ массы и въ разговорную рѣчь проникаетъ громадное количество понятій и представленій изъ міра разнообразныхъ наукъ, чувствуется крайняя потребность въ краткомъ и слатомъ энциклопедическомъ словарѣ, безъ котораго въ настоящее время невозможно обойтись. Нашъ словарь кратокъ, но въ то же время полонъ и даетъ удовлетворительный отвѣтъ на безчисленные вопросы по всѣмъ отраслямъ человѣческаго знанія, какъ-то по всемірной исторіи, географіи, всеобщей исторіи, церкви, литературѣ, медицинѣ, математикѣ, политической экономіи, психологіи, философіи, педагогикѣ, біографіи дѣятелей на всѣхъ поприщахъ государственной и народной жизни и т. д. Около 1000 стр. или 2000 столбцовъ большого формата, въ переплетѣ.

**Полный русскій орфографическій словарь**, для всякаго пишущаго по русски. Составл. по академику Я. К. Гроту, Ф. Рейфу, В. И. Далю, Н. П. Макарову, А. Н. Чудинову, Александрову и другимъ Н. А. Ромашевичемъ, преподавателемъ 3-ей одесской гимназіи. Исправилъ и дополнилъ А. А. Биковъ. Спб. Ц. 1 р. 6-ое изданіе. Словарь этотъ, появляющійся въ настоящее время уже шестымъ изданіемъ, представляетъ собою въ высшей степени полезную и крайне необходимую настольную книгу для всякаго мало-мальски образованнаго человѣка, нуждающагося иногда въ той или другой орфографической справкѣ. Словарь, въ новой редакціи, можетъ служить прекраснымъ руководствомъ въ орфографическомъ обиходѣ. Такая справочная книга можетъ также служить полезнымъ подспорьемъ и для учащихся, которые найдутъ въ ней для себя надлежащій отвѣтъ на тотъ или другой спорный орфографическій вопросъ.

**Французско-русскій словарь**. Составленный по диксіонеру Lagoss'a В. Е. Каменскимъ. Учен. Комит. Минист. Народ. Просв. определено: одобрить для фундаментальныхъ и учебнскихъ, старшаго возраста, библиотекъ всѣхъ учебныхъ заведеній Министерства, мужскихъ и женскихъ. Учебн. отд. Мин. Фин. постановлено: одобрить для учебнскихъ библиотекъ. Рекомендовать для фундаментальныхъ библиотекъ учебныхъ заведеній Министерства Финансовъ. Одобреніе двухъ ученыхъ комит. извѣщаетъ насъ отъ какихъ-либо рекомендацій. 986 стр. Ц. 2 р. 50 к.

**Русскій среди французовъ**. Русско-французскіе общественные разговоры, содержащіе все необходимое для быденной жизни Спб. 1900 г. ц. 40 к.