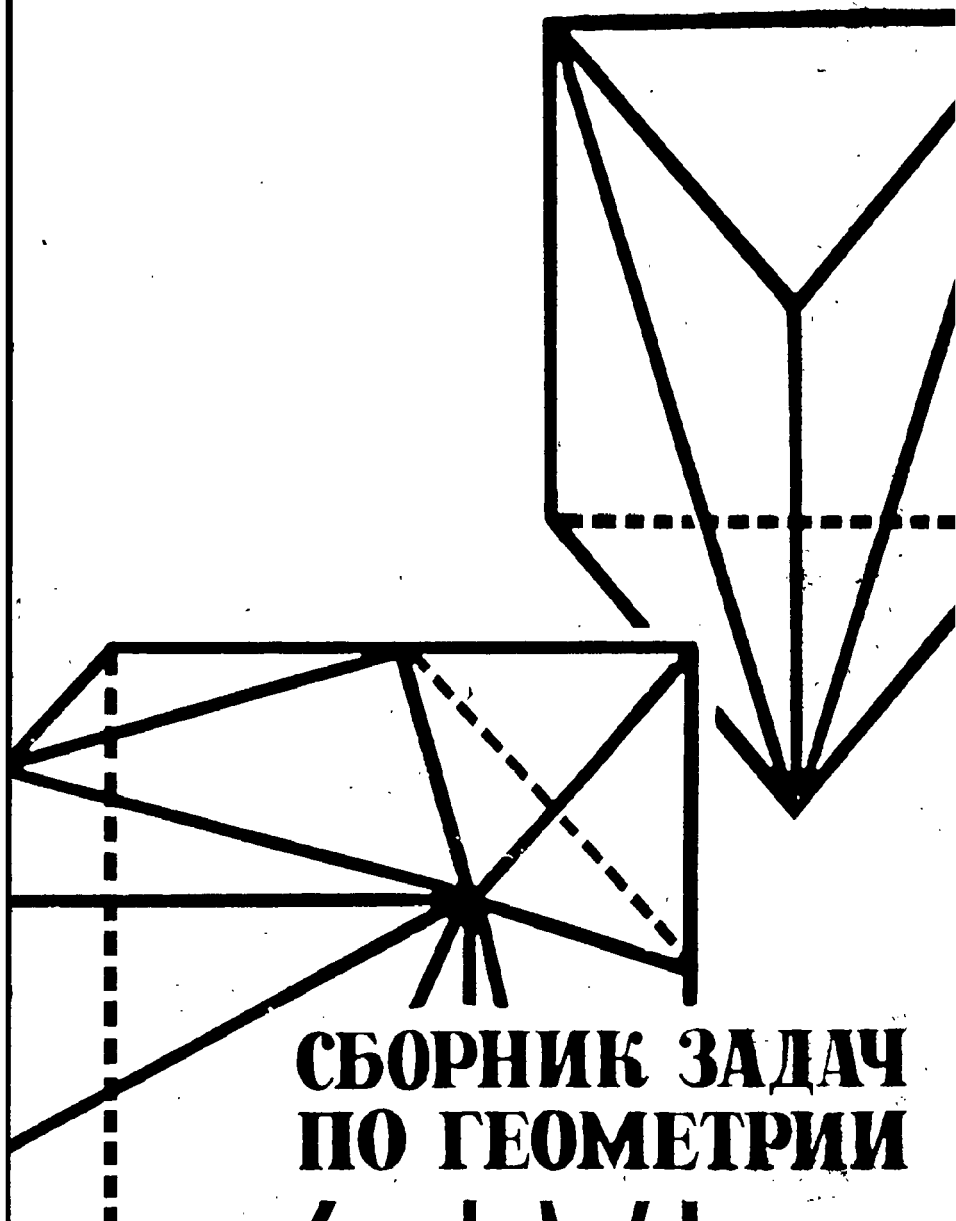


573  
С232

З. Я. КВАСНИКОВА, А. И. ПОСПЕЛОВ,  
Е. Н. ЕРМОЛАЕВА, Н. М. КАЛИТКИН



З. Я. КВАСНИКОВА, А. И. ПОСПЕЛОВ,  
Е. Н. ЕРМОЛАЕВА, Н. М. КАЛИТКИН

# СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ

ДЛЯ СТАРШИХ КЛАССОВ  
СРЕДНЕЙ ШКОЛЫ

ИЗДАТЕЛЬСТВО «ПРОСВЕЩЕНИЕ»  
Москва 1964

## ОТ ИЗДАТЕЛЬСТВА

В настоящей книге авторами использован в значительной степени материал их «Сборника задач по геометрии», опубликованного в 1957 году.

Рукопись рецензировали учителя  
*А. А. Колосов, Г. А. Назаревский*  
и доцент *Н. Н. Шоластер*

Государственная публичная  
библиотека  
Брянского  
областного центра

## IX КЛАСС

### § 1. Симметрия относительно прямой

1. Построить отрезок, симметричный данному отрезку относительно оси  $s$ . Рассмотреть различные случаи взаимного положения отрезка и оси.

2. Даны две пересекающиеся прямые и ось симметрии, пересекающая их. Построить прямые, симметричные данным относительно оси.

3. Выполнить преобразование осевой симметрии: а) четырехугольника относительно прямой, содержащей одну из его диагоналей, б) трапеции относительно прямой, содержащей ее среднюю линию, в) правильного пятиугольника относительно прямой, содержащей одну из его сторон, и относительно прямой, содержащей одну из его меньших диагоналей.

4. (Устно.) Какие точки и прямые при симметрии относительно оси преобразуются сами в себя?

5. Построить ось симметрии: а) двух точек, б) угла, в) двух данных прямых (рассмотреть случаи, когда данные прямые параллельны и когда пересекаются).

6. (Устно.) Сколько осей симметрии имеют: а) отрезок, б) две точки, в) две прямые, г) одна прямая, д) окружность?

7. Сколько осей симметрии имеют правильные треугольник, четырехугольник, шестиугольник, пятиугольник?

8. Какого вида треугольники, параллелограммы и трапеции имеют оси симметрии? (Указать количество осей в каждом случае.)

9. Построить ось симметрии двух пересекающихся окружностей одинакового радиуса и доказать, что эта ось будет являться осью симметрии центров этих окружностей.

10. Даны три точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ , не лежащие на одной прямой. Доказать, что три оси симметрии трех пар этих точек ( $A$  и  $B$ ,  $B$  и  $C$ ,  $C$  и  $A$ ) пересекаются в одной точке.

11. Даны две пересекающиеся прямые, симметричные относительно оси  $s$ . Доказать, что точка пересечения этих прямых принадлежит оси  $s$ .

12. Даны ось симметрии  $s$  и точка  $A$  вне ее. С помощью только одного циркуля построить точку, симметричную точке  $A$  относительно оси  $s$ .

13. С помощью модели установить, можно ли совместить, не выводя из плоскости, симметричные относительно оси: а) два равнобедренных треугольника, б) два разносторонних треугольника, в) два косоугольных параллелограмма, г) два прямоугольника.

14. (Устно) Даны две прямые  $a$  и  $b$  и разносторонний треугольник  $ABC$  симметрией относительно прямой  $a$  треугольник  $ABC$  преобразовался в треугольник  $A_1B_1C_1$ , и затем треугольник  $A_1B_1C_1$  симметрией относительно прямой  $b$  преобразовался в треугольник  $A_2B_2C_2$ . Можно ли, не выводя из плоскости, совместить треугольники  $ABC$  и  $A_2B_2C_2$ ?

15. (Устно.) Рассмотреть вопрос, аналогичный поставленному в предыдущей задаче, для случая, когда разносторонний треугольник последовательно подвергается преобразованию симметрии от: а) 3 осей, б)  $2n$  осей, в)  $(2n-1)$  осей ( $n$  — натуральное число).

16. Даны две параллельные прямые  $s_1$  и  $s_2$ , расстояние между которыми равно  $d$ , и точка  $A$ , расположенная по одну сторону от обеих прямых. В результате последовательного выполнения преобразования симметрии относительно оси  $s_1$  и затем оси  $s_2$  точка  $A$  преобразовалась в точку  $A_1$ . Доказать, что отрезок  $AA_1$  равен удвоенному расстоянию между осями и перпендикулярен им.

Рассмотреть случаи, когда точка  $A$  удалена от оси  $s_1$  на расстояние, меньшее  $d$ , равное  $d$  и большее  $d$ . Сохранится ли направление отрезка от  $A$  к  $A_1$  при изменении расстояния точки  $A$  от оси  $s_1$ ?

17. Решить задачу, аналогичную предыдущей, для случая, когда точка  $A$  расположена: 1) на оси  $s_1$ , 2) между осями  $s_1$  и  $s_2$ , 3) на оси  $s_2$ .

18. Построить четырехугольник, имеющий только одну ось симметрии. (Рассмотреть случаи, когда ось симметрии проходит через вершину и не проходит через вершину.)

19. Построить четырехугольник так, чтобы прямые, проходящие через противоположные вершины, являлись его осями симметрии. Установить вид этого четырехугольника.

20. а) Доказать, что точки, лежащие на сторонах данного угла, одинаково удаленные от его вершины, симметричны относительно биссектрисы этого угла.

б) Точки  $M$  и  $N$  симметричны относительно прямой  $s$ . Доказать, что каждая точка прямой  $s$  одинаково удалена от точек  $M$  и  $N$ .

в) Точка  $A$  одинаково удалена от точек  $M$  и  $N$ . Доказать, что точка  $A$  принадлежит оси симметрии точек  $M$  и  $N$ .