

Н. М. Бескин

ВОПРОСЫ
ТРИГОНОМЕТРИИ
И ЕЕ
ПРЕПОДАВАНИЯ

УЧПЕДГИЗ • 1950

Н. М. БЕСКИН

ВОПРОСЫ
ТРИГОНОМЕТРИИ
И ЕЁ ПРЕПОДАВАНИЯ

*Утверждено
Министерством просвещения РСФСР
в качестве учебного пособия
для педагогических институтов*

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
УЧЕБНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РСФСР
МОСКВА — 1950

ПРЕДИСЛОВИЕ

Эта книга возникла из главы „Преподавание тригонометрии“, входившей в состав моей книги „Методика геометрии“ (Москва, 1947).

Несмотря на значительное увеличение объёма по сравнению с упомянутой главой, эта книга всё-таки не содержит детального разбора отдельных уроков, а посвящена главным образом обсуждению принципиальных вопросов, связанных с построением курса тригонометрии в средней школе. Эти вопросы каждый учитель должен решить для себя прежде, чем он приступит к составлению планов отдельных уроков.

Первые четыре главы изложены более подробно, чем следующие, потому что именно здесь (общий характер школьного курса тригонометрии, определение тригонометрических функций, формулы приведения и формулы сложения) сосредоточены все методические трудности и спорные вопросы преподавания тригонометрии. Всё остальное носит более технический характер и не вызывает столь коренных разногласий.

Ник. Бескин

ГЛАВА I

СОДЕРЖАНИЕ ШКОЛЬНОГО КУРСА ТРИГОНОМЕТРИИ.

§ 1. Критика сложившегося школьного курса тригонометрии.

Разрыв между школьным курсом тригонометрии и наукой. Ни в одной математической дисциплине нет столь резкого разрыва между школьным курсом и наукой, как в тригонометрии. Школьные курсы алгебры и геометрии, хотя и далеки по своему содержанию от современной науки, но, во всяком случае, не содержат ничего противоречащего ей. Эти курсы содержат элементы науки, и ученик, усвоивший их, может беспрепятственно изучать математику дальше. Школьный же курс тригонометрии, как будет показано в этом параграфе, прививает ученикам антинаучные навыки, приносящие при дальнейшем изучении математики прямой вред. При изучении высшей математики приходится отучаться от многих идей, прививаемых в школьном курсе тригонометрии.

Ниже мы подробно рассмотрим противоречия между школьным курсом тригонометрии и наукой, а пока укажем, что эти противоречия, несмотря на их многообразность, имеют одну общую причину: *тригонометрия как наука представляет главу анализа, а в школьном курсе её рассматривают как главу геометрии.*

Цели преподавания тригонометрии в школе.

Преподавание математики в средней школе преследует различные цели. Одна из них — подготовка учеников к высшей школе. Эта цель — не единственная и даже не главная. Её роль для различных математических предметов различна. В курсе арифметики эта цель почти совсем ступёвывается, потому что арифметика имеет повседневное применение в практической жизни и необходима каждому человеку сама по себе, независимо от того, на какой ступени он прервёт своё образование. В алгебре и геометрии эта цель имеет несколько больший удельный вес. В курсе же тригонометрии эта цель является первостепенной. Непосредственные применения тригонометрии в практической жизни гораздо более ограничены, чем применения арифметики, алгебры и геометрии. Эти применения сводятся почти исключительно к решению прямоугольных треугольников. Есть также некоторые применения тригонометрии в школьном курсе физики: то же решение прямоуголь-

ных треугольников плюс теория гармонического колебания. Тот широкий курс тригонометрии, который проходится в средней школе, не может быть оправдан только этими примитивными применениями. Одна из важнейших его целей — подготовка к высшей школе. Само собой разумеется, что эта цель несколько не исключает других целей и не противоречит им. Мы лишь должны не забывать о ней, рассматривая содержание курса тригонометрии. Изучение свойств тригонометрических функций играет также важную общеобразовательную роль, совершенно не зависящую от решения треугольников. Это изучение обогащает сведения учеников о функциях и их свойствах.

Поэтому содержание школьного курса тригонометрии следует судить с точки зрения того, даёт ли этот курс необходимую подготовку для изучения высшей математики и для изучения физики в средней школе и содействует ли он расширению кругозора учащихся в области изучения функций. Говоря о высшей математике, мы будем подразумевать потребности студентов вузов. Во-первых, это — самый многочисленный контингент «потребителей» тригонометрии. Во-вторых, если будет доказано, что школьный курс тригонометрии не годится в качестве фундамента даже для курса высшей математики во вузах, то это тем более будет относиться к гораздо более солидному курсу математики, проходимому на математических факультетах университетов и пединститутов.

Существует ли наука «тригонометрия»?

Часто приходится сталкиваться с возражением: не существует особой науки — тригонометрии. В современной математике тригонометрия никогда не выделяется в особую науку, равноправную с алгеброй или геометрией. О науке, называемой «тригонометрия», говорят только в школьном курсе. Всё это верно, и тем не менее, в рамках школьного курса, выделение тригонометрии в особую науку вполне законно. Тригонометрия есть глава математического анализа, изучающая свойства некоторого класса функций и некоторые приложения этих функций. Поскольку курс анализа в средней школе отсутствует, эта глава уже перестаёт быть главой, и её значение вырастает до ранга науки.

Могут ещё сказать, что тригонометрия — не единственный раздел анализа, проходимый в средней школе. Прогрессии, показательная и логарифмическая функции, изучаемые в курсе алгебры, тоже относятся к анализу. Однако нецелесообразно присоединять эти вопросы к тригонометрии. Поскольку в средней школе отсутствуют общие методы исследования функций, теорию тригонометрических функций, с одной стороны, и аналитические элементы в курсе алгебры, с другой стороны, следует рассматривать как обломки анализа, связь между которыми (при тех точках зрения, какие даются в средней школе) незаметна. Если бы изучались какие-нибудь общие вопросы, относящиеся к функциям, то эти обломки осознавались бы как части единого целого. При существующем же положении вполне естественно и законно, говоря о школьном курсе, рассматривать тригонометрию как автономную науку.